

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

ریاضی و آمار (۲۹۸ سوال)

به همراه پاسخنامه

۱. دامنه و بره تابع $y = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ به ترتیب برابر است با:

- (۱) R و $(-1,1)$ (۲) R^+ و R (۳) R و $[-1,0)$ (۴) R و $[0,1)$

۲. معکوس تابع $y = \frac{2x+3}{x-1}$ برابر است با:

- (۱) $y = \frac{x-2}{x+3}$ (۲) $y = \frac{3+x}{2-x}$ (۳) $y = \frac{x+3}{x-2}$ (۴) $y = \frac{x-1}{2x+3}$

۳. حاصل $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{a}{x}\right)^x$ برابر است با:

- (۱) e (۲) $\frac{1}{e}$ (۳) $\frac{a}{e}$ (۴) e^a

۴. مشتق تابع $y = \ln(\cos x)$ برابر است با:

- (۱) $\tan x$ (۲) $-\tan x$ (۳) $-\sin x$ (۴) $\sin x$

۵. اگر ماکزیمم تابع $y = -x^3 + ax^2$ برابر ۴ باشد مقدار a برابر است با:

- (۱) -۳ (۲) -۲ (۳) ۲ (۴) ۳

۶. حاصل $\int \frac{\sqrt{x+1}}{x} dx$ برابر است با:

- (۱) $x\sqrt{x} - \ln x + c$ (۲) $2\sqrt{x} + \ln x + c$
(۳) $x\sqrt{x} + \ln x + c$ (۴) $\sqrt{x} + 2 \ln x + c$

۷. دترمینان حاصلضرب دو ماتریس زیر برابر است با :

- (۱) ۳۳ (۲) ۲۷ (۳) -۲۷ (۴) -۳۳
- $$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$$

۸. بهای هر واحد از تولیدات کارخانه‌ای در رقابت کامل ۱۰۰ تومان است اگر تابع هزینه کل

$$c = x^2 + 20x + 700$$

- (۱) ۹۰۰ (۲) ۱۰۰۰ (۳) ۱۶۰۰ (۴) ۴۰۰۰

۹. نصف عددی از $\frac{5}{9}$ آن عدد ۳ واحد کمتر است، آن عدد کدام است؟

- (۱) ۴۵ (۲) ۵۴ (۳) ۶۳ (۴) ۷۲

۱۰. حاصل $\frac{2-\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} \times \sqrt[4]{4}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) ۲ (۴) ۱

۱۱. اگر $0 < b \leq a$ آنگاه کدام نامساوی نادرست است؟
 (۱) $a^2 < b^2$ (۲) $a^2 > b^2$ (۳) $ab > 0$ (۴) $a^2 > ab$
۱۲. در ۱۵۰ داده آماری دسته بندی شده فراوانی نسبی دسته‌ای ۰/۱۸ است. فراوانی آن دسته کدام است؟
 (۱) ۲۱ (۲) ۲۴ (۳) ۲۷ (۴) ۳۶
۱۳. اگر $A = \{2, 5, 7, 9, 3\}$ و $B = \{1, 3, 4, 6, 7\}$ مجموعه $(A - B) \cup (B - A)$ چند عضو دارد؟
 (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷
۱۴. مجموع تمام مقسوم علیه‌های عدد ۳۲ کدام است؟
 (۱) ۴۸ (۲) ۵۰ (۳) ۵۲ (۴) ۵۳
۱۵. عدد $\frac{3}{\sqrt[4]{27}}$ برابر کدام است؟
 (۱) $\sqrt[4]{3}$ (۲) $\sqrt[4]{12}$ (۳) $\sqrt[3]{3}$ (۴) $\sqrt{3}$
۱۶. باقیمانده تقسیم عبارت $8x^3 - 4x^2 + 6x$ بر دو جمله‌ای $2x - 1$ کدام است؟
 (۱) -۳ (۲) -۲ (۳) ۱ (۴) ۳
۱۷. حاصل $\frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 1} \times \frac{x^2 - x}{x - 2}$ کدام است؟
 (۱) -x (۲) x (۳) x+1 (۴) ۱
۱۸. کدام عدد کلیت حکم «مربع هر عدد صحیح، مضرب ۷ به علاوه یک است» را نقض می‌کند؟
 (۱) ۱۷ (۲) ۱۵ (۳) ۱۳ (۴) ۸
۱۹. در دنباله $U_n = \frac{2n+1}{n^2-1}$ جمله دهم کدام است؟
 (۱) $\frac{13}{66}$ (۲) $\frac{7}{33}$ (۳) $\frac{9}{34}$ (۴) $\frac{14}{31}$
۲۰. مجموع عکس ریشه‌های معادله درجه دوم $3x^2 + 5x = 2$ کدام است؟
 (۱) $-\frac{5}{2}$ (۲) $-\frac{2}{5}$ (۳) $\frac{2}{5}$ (۴) $\frac{5}{2}$
۲۱. اگر $x^4 - 2x^2 + 1$ کوچکترین مضرب مشترک دو چهارجمله‌ای $x(x^2 + ax - 1) + 1$ ، $x^3 + x^2 - x - 1$ باشد، a کدام است؟
 (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲
۲۲. میانگین داده‌های x_i : $i = 1, 2, 3, \dots, 9$ برابر ۳/۵ است، میانگین داده‌های $y_i = 2x_i - 1$ کدام است؟
 (۱) ۲/۵ (۲) ۶ (۳) ۵ (۴) ۷

۲۳. در دسته‌بندی ۱۵۰ داده آماری در ۸ طبقه فراوانی دسته پنجم برابر ۳۶ است، درصد فراوانی نسبی این دسته کدام است؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۲۴ (۳) ۲۷ (۴) ۳۲

۲۴. در مثلث قائم‌الزاویه‌ای یکی از زاویه‌ها ۵۲ درجه است، زاویه بین وتر و میانه وارد بر آن چند درجه است؟

- (۱) ۶۲ (۲) ۶۴ (۳) ۷۶ (۴) ۷۸

۲۵. از رابطه $x^2 + 4y^2 + 1 = 4y$ مقدار $x+y$ چقدر است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۲۶. واسطه عددی بین دو عدد $1 + \sqrt{3}$ و $\frac{2}{1-\sqrt{3}}$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) ۱

۲۷. کدام تابع یک به یک نیست؟

- (۱) $y = x|x|$ (۲) $y = x + \frac{1}{x}$ (۳) $y = x + \sqrt{x}$ (۴) $y = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

۲۸. اگر $f(x) = \frac{x}{\sqrt{5+x^2}}$ حاصل $f^{-1}\left(\frac{-2}{3}\right) + \sqrt{5}f(2\sqrt{5})$ کدام است؟

- (۱) ۰ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۹. نقطه $A(7, 3)$ رأس یک متوازی‌الاضلاع و دو ضلع آن بر دو خط به معادلات $y-3x=0$ و $2x+3y=11$ منطبق است فاصله نقطه تلاقی دو قطر متوازی‌الاضلاع از مبدأ مختصات چقدر است؟

- (۱) $\sqrt{13}$ (۲) $2\sqrt{5}$ (۳) ۴ (۴) ۵

۳۰. حاصل $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n(n+1)} - n)$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۱ (۴) ∞

۳۱. تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{|x|}[x], & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$ به ازای کدام مجموعه مقادیر a در $x=0$ پیوسته است؟

- (۱) $\{1\}$ (۲) \emptyset (۳) $\{0\}$ (۴) $\{0 \text{ و } 1\}$

۳۲. مشتق مرتبه دهم تابع $f(x) = x \sin 2x$ به ازای $x = \frac{\pi}{2}$ کدام است؟

- (۱) -5×2^{10} (۲) 5×2^9 (۳) 5×2^{10} (۴) -5×2^9

۳۳. از رابطه $x.e^{3x+z} + \ln(2y-z) + x^2y = 1$ مقدار $\frac{\partial z}{\partial y}$ در نقطه $(3 \text{ و } 2 \text{ و } -1)$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{3}{2}$ (۲) $-\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۳۴. در تابع $z = x \operatorname{Arctg} \frac{y}{x}$ با تغییر متغیرهای $\kappa = r \cos \theta$ و $y = r \sin \theta$ مقدار $\frac{\partial z}{\partial y}$ به ازای $\theta = \pi$ چقدر $r = 2$ چقدر است؟

- (۱) $-\pi$ (۲) $-\frac{\pi}{2}$ (۳) $\frac{\pi}{2}$ (۴) π

۳۵. ورقه نازک فلزی به شکل نیم‌دایره به قطر ۶ واحد است. فاصله مرکز ثقل این قطعه فلزی از قطر نیم دایره چقدر است؟

- (۱) $\frac{4}{\pi}$ (۲) $\frac{3}{\pi}$ (۳) $\frac{\pi}{3}$ (۴) $\frac{\pi}{4}$

۳۶. حاصل $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+n}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۲ (۴) $\frac{3}{2}$

۳۷. حاصل انتگرال $\int_0^{\alpha} \sin \sqrt{x} dx$ وقتی $\alpha = \frac{\pi^2}{4}$ باشد چقدر است؟

- (۱) $\frac{\pi}{2} - 1$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) ۲ (۴) ۱

۳۸. اگر $f(x) = t g^{-1} \frac{x+2a}{1-2ax}$ حاصل $f'(x)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{1+x^2}$ (۲) $\frac{2a}{1+4a^2x^2}$ (۳) $\frac{a}{1+x^2}$ (۴) $\frac{x}{1+4a^2x^2}$

۳۹. حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} (x^{-x} + \sin x)^{\frac{1}{x}}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) e (۳) \sqrt{e} (۴) ۰

۴۰. نسبت تغییرات عبارت $\frac{x-2}{x+1}$ به تغییر $\sqrt{2x+5}$ به ازای $x=2$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) ۱ (۴) $\frac{1}{2}$

۴۱. در پرتاب دو سکه با هم هر دو «رو» ظاهر شده‌اند، حال در پرتاب سه سکه با هم با کدام احتمال فقط یک «رو» ظاهر خواهد شد؟

- (۱) $\frac{2}{8}$ (۲) $\frac{3}{8}$ (۳) $\frac{4}{8}$ (۴) $\frac{5}{8}$

۴۲. در ظرفی ۳ گوی سفید و ۴ گوی سیاه قرار دارند اگر دو گوی از بین آنان بیرون آوریم با کدام احتمال هر دو گوی هم رنگ‌اند؟

- (۱) $\frac{1}{7}$ (۲) $\frac{2}{7}$ (۳) $\frac{3}{7}$ (۴) $\frac{4}{7}$

۴۳. واریانس داده‌های آماری کدام است؟

X	۱	۲	۳	۴
f	۱	۲	۹	۴
		$\frac{7}{8}$ (۲)		$\frac{3}{4}$ (۱)
		$\frac{5}{8}$ (۴)		$\frac{5}{4}$ (۳)

۴۴. در نمودار دایره‌ای تقریباً چند درصد از داده‌های آماری با زاویه ۲۴ درجه نشان داده می‌شود؟

- (۱) ۶/۳ (۲) ۶/۷ (۳) ۷/۲ (۴) ۷/۴

۴۵. شش نفر ورزشکار را به چند طریق می‌توان به گروه‌های دو نفری دعوت کرد؟

- (۱) ۶ (۲) ۱۲ (۳) ۱۵ (۴) ۱۶

۴۶. در پرتاب دو تاس با هم، با کدام احتمال جمع دو عدد رو شده بیشتر از ۱۰ می‌باشد؟

- (۱) $\frac{1}{12}$ (۲) $\frac{1}{18}$ (۳) $\frac{1}{9}$ (۴) $\frac{1}{6}$

۴۷. اگر $y = t^3$ ، $x = t^2 + t$ باشد، مقدار $\frac{d^2x}{dx^2}$ به ازای $t=1$ است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۲

۴۸. خط مماس بر منحنی تابع $f(x) = x^2 \cdot \ln(x-2)$ در نقطه‌ای به طول ۳ واقع بر آن، محور xها را کدام عرض قطع می‌کند؟

- (۱) -۲۷ (۲) -۲۴ (۳) -۱۸ (۴) -۱۵

۴۹. حاصل $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1+2+3+\dots+n}{n+4} - \frac{n}{2} \right)$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{3}{2}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{5}{2}$

۵۰. حد عبارت $\ln \left(\frac{2-h}{2} \right)^{\frac{1}{h}}$ وقتی $h \rightarrow 0$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۱

۵۱. اگر یک نمونه ۱۰۰ تایی از جامعه اول با واریانس ۹ و یک نمونه ۲۵ تایی از جامعه دوم با واریانس ۴ انتخاب شوند و این دو نمونه مستقل از یکدیگر باشند، انحراف معیار تفاضل میانگین دو جامعه کدام است؟

- (۱) ۰/۲۵ (۲) ۰/۵ (۳) ۱/۲۵ (۴) ۱/۵

۵۲. در تابع چگالی $f(x) = \begin{cases} \frac{1-x}{2}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$ میانگین x کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

۵۳. یک تیرانداز در هر آزمون می‌تواند سه نوع امتیاز A، B و C را به ترتیب با احتمالات ۰/۵، ۰/۳ و ۰/۲ کسب نماید. احتمال اینکه در هفت‌بار آزمون امتیازات وی ۲ بار A، ۲ بار B و ۳ بار C باشد، کدام است؟

- (۱) ۰/۰۳۷۸ (۲) ۰/۰۷۵۶ (۳) ۰/۱۶۸ (۴) ۰/۳۷۸

$y \backslash x$	۰	۱	۲
۱	۰	-۱/۱	۰/۲
۳	۰/۳	۰/۴	۰

۵۴. در توزیع احتمال توام رو به رو، $COV(X, Y)$ ، کدام است؟

- (۱) -۰/۵۶
(۲) -۰/۴۶
(۳) صفر
(۴) ۰/۶۴

۵۵. از جعبه‌ای که محتوی ۱۲ عدد کالاست، ۴ عدد آن معیوب است، به تصادف ۲ تا را انتخاب می‌کنیم اگر X

تعداد کالای سالم انتخاب شده باشد امید ریاضی X کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$
(۲) $\frac{4}{3}$
(۳) $\frac{7}{6}$
(۴) $\frac{14}{11}$

۵۶. اگر $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} + 1, & x \geq 9 \\ x - 4, & x < 9 \end{cases}$ باشد، آنگاه مقدار $f^{-1}(6)$ کدام است؟

- (۱) ۲
(۲) $\sqrt{6} + 1$
(۳) ۱۰
(۴) ۲۵

۵۷. خط قائم بر منحنی به معادله $xy - x^2 = 1$ در نقطه (۲ و ۱) A با کدامیک از خطوط زیر موازی است؟

- (۱) محور X ها
(۲) محور Y ها
(۳) $Y = X$
(۴) $Y = -X$

۵۸. در تابع $y = e^{2x+2x^2}$ ، طول یکی از نقاط عطف برابر است با:

- (۱) $x = e^{-1}$
(۲) $x = \ln 2$
(۳) $x = -1$
(۴) $x = 0$

۵۹. در تابع $y - \sin(x + y) = 0$ حاصل $\frac{dy}{dx}$ به ازاء $\begin{bmatrix} x = \pi \\ y = 0 \end{bmatrix}$ ، کدام است؟

- (۱) -۲
(۲) $-\frac{1}{2}$
(۳) $\frac{1}{2}$
(۴) ۲

۶۰. در تابع $f(3x^2 + 4x) = x + \sqrt{x+1}$ ، $f'(0)$ ، f کدام است؟

- (۱) صفر
(۲) $\frac{3}{8}$
(۳) $\frac{3}{2}$
(۴) ۱

۶۱. اگر $f(x) = |x| - 1$ و $g(x) = \sqrt{x}$ باشد، آنگاه دامنه $\frac{g}{f}$ کدام است؟

- (۱) $(0, +\infty)$
(۲) $[0, +\infty)$
(۳) $\{1\} - (0, +\infty)$
(۴) $\{1\} - [0, +\infty)$

۶۲. معادله‌ی خط مماس بر منحنی $y^3 + xy - 1 = 0$ در نقطه $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ واقع بر آن کدام است؟

- (۱) $Y = X$
(۲) $Y = 3x + 1$
(۳) $Y = \frac{1}{3}x + 1$
(۴) $Y = -\frac{1}{3}x + 1$

۶۳. حاصل $\int_{-1}^1 \sqrt{e^x} dx$ ، کدام است؟

- (۱) صفر
(۲) $\sqrt{e} - \frac{1}{\sqrt{e}}$
(۳) $2\left(\sqrt{e} - \frac{1}{\sqrt{e}}\right)$
(۴) $2\left(\frac{1}{\sqrt{e}} - \sqrt{e}\right)$

۶۴. جواب‌های معادله‌ی $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2k & 1 \\ 1 & 0 & k \end{vmatrix}$ ، کدام است؟

- (۱) ۰ و -۱
(۲) -۱ و ۲
(۳) ۰ و ۱
(۴) ۰ و ۲

۶۵. در تابع $f(x,y,z) = x^3 + 3y^2z - yzx$ ، حاصل $x \frac{\delta f}{\delta x} + y \frac{\delta f}{\delta y} + z \frac{\delta f}{\delta z}$ ، کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۳

$$x^2 - 2yz - yzx \quad (۳) \quad 3x^3 - 9y^2z - 3yzx \quad (۴)$$

۶۶. سکه‌ی سالمی را ۵ بار پرتاب می‌کنیم احتمال ظاهر شدن دقیقاً ۲ بار پشت چقدر است؟

(۱) ۱ (۲) $\frac{1}{16}$ (۳) $\frac{5}{16}$ (۴) $\frac{1}{32}$

۶۷. اگر $\text{var}(3x, 3y) = 18$ ، $\text{var}(x) = 2$ ، $\text{cov}(3x, 3y) = 12$ باشد در این صورت ضریب همبستگی میان X و Y کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۶

۶۸. اگر $P(A) = \frac{2}{3}$ و $p(B') = \frac{2}{5}$ و $P(A/B) = \frac{5}{9}$ باشد $P(A \cup B)$ ، کدام است؟

(۱) $\frac{2}{5}$ (۲) $\frac{1}{15}$ (۳) $\frac{7}{15}$ (۴) $\frac{14}{15}$

۶۹. اگر $A = 0.252252252 \dots$ عدد $\frac{7}{A}$ کدام است؟

(۱) $25/27$ (۲) $27/65$ (۳) $27/75$ (۴) $27/85$

۷۰. از تساوی $9^{x+2} = 3^x \times 81^3$ مقدار x کدام است؟

(۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

۷۱. فاصله مبدأ مختصات از خط گذرنده بر دو نقطه (۳ و ۱) و (۰ و -۲) کدام است؟

(۱) $\sqrt{2}$ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) ۱ (۴) ۲

۷۲. حاصل $\frac{(1-\sqrt{2})^2}{2+\sqrt{2}} + \sqrt{\frac{49}{2}}$ کدام است؟

(۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۷۳. مجموعه جواب نامعادله $\frac{2-x}{2x-1} > x$ کدام است؟

(۱) $-1 < x < 2$ (۲) $\frac{1}{2} < x < 2$

(۳) $x > 1$ یا $-1 < x < \frac{1}{2}$ (۴) $x < -1$ یا $\frac{1}{2} < x < 1$

۷۴. اگر محورهای مختصات به موازات خود به نقطه وسط پاره واصل به دو نقطه (۴ و ۱) و (۰ و -۳) انتقال دهیم

مختصات جدید (۲ و ۴) A کدام است؟

(۱) (۰ و ۳) (۲) (۰ و ۵) (۳) (۴ و ۳) (۴) (۴ و ۵)

۷۵. اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$ ماتریس $(A+B)^2$ کدام است؟

(۱) $\begin{bmatrix} 6 & 7 \\ 7 & 8 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 9 & 7 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 7 & 3 \\ 12 & 5 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 7 & 4 \\ 12 & 7 \end{bmatrix}$

۷۶. اگر $\log_4 \sqrt[2]{2} = x$ باشد $\log_2(1-x)$ کدام است؟

(۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) تعریف نشده

۷۷. حاصل $\sin x + \tan \frac{\pi}{3} \cos x$ برابر کدام است؟

(۱) $\cos(60^\circ - x)$ (۲) $\cos(60^\circ + x)$ (۳) $2\sin(60^\circ - x)$ (۴) $2\sin(60^\circ + x)$

۷۸. اگر $\alpha(2,1) + \beta(3,5) = (1,-3)$ باشد، مقدار $\alpha + \beta$ کدام است؟

(۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

۷۹. از ۵ دانش‌آموز علوم تجربی و ۳ دانش‌آموز علوم انسانی ۲ نفر را جهت انجام مسابقه‌ای انتخاب کرده‌اند، با کدام احتمال از هر گروه یک نفر انتخاب شده‌اند؟

(۱) $\frac{2}{15}$ (۲) $\frac{5}{14}$ (۳) $\frac{15}{56}$ (۴) $\frac{15}{28}$

۸۰. مساحت مثلثی به اضلاع ۲ و ۴ و $3\sqrt{2}$ چند برابر مساحت مثلثی به اضلاع ۳ و $\sqrt{2}$ و $2\sqrt{2}$ می‌باشد؟

(۱) $1/5$ (۲) ۲ (۳) $2/25$ (۴) ۳

۸۱. در ۱۲۰ داده آماری بزرگترین و کوچکترین آنها ۲۵ و ۹۶ می‌باشند. اگر این داده‌ها در ۹ دسته، طبقه بندی شوند، فاصله دسته‌ها کدام است؟

(۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

۸۲. واریانس داده‌های آماری ۱۰ و ۱۵ و ۱۳ و ۱۲ و ۱۱ و ۱۱ کدام است؟

(۱) $2/14$ (۲) $2/33$ (۳) $2/66$ (۴) $2/72$

۸۳. اگر $f(x) = \frac{x^2}{1+x^2}$ و $g(x) = \frac{1}{x}$ ضابطه تابع $f(g(x))$ برابر کدام است؟

(۱) $\frac{1}{1+x^2}$ (۲) $\frac{1+x^2}{x^2}$ (۳) $1+x^2$ (۴) $\frac{x}{1+x^2}$

۸۴. حاصل $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x+\sqrt{4-3x}}{4+x}$ کدام است؟

(۱) $-\frac{5}{8}$ (۲) $-\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{5}{8}$ (۴) $\frac{3}{4}$

۸۵. به ازای کدام مقدار a تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} 2x+3; & x \geq 2 \\ ax-x^2; & x < 2 \end{cases}$ روی مجموعه اعداد حقیقی پیوسته است؟

(۱) $\frac{9}{2}$ (۲) $\frac{11}{2}$ (۳) ۵ (۴) ۶

۸۶. در تابع $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$ آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع در نقطه $x=2$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{2}{9}$ (۴) $\frac{4}{9}$

۸۷. اندازه مشتق تابع $y = \sin x \cos 2x$ به ازای $x = \frac{\pi}{2}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{7}{4}$ (۲) $-\frac{5}{4}$ (۳) $-\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{3}{4}$

۸۸. معادله خط مماس بر نمودار تابع $y = x^2 - 2x$ در نقطه‌ی $x=-1$ کدام است؟

- (۱) $y - 2x + 5 = 0$ (۲) $y + 4x + 1 = 0$
(۳) $y - 2x + 5 = 0$ (۴) $y - 2x - 5 = 0$

۸۹. در مجموعه $A = \{1, 2, \{2\}\}$ کدامیک از موارد زیر نادرست است؟

- (۱) $2 \in A$ (۲) $\{2\} \in A$ (۳) $\{2\} \subset A$ (۴) $2 \subset A$

۹۰. اگر A و B دو مجموعه باشند، آن‌گاه $A \cup (B - A)$ همواره برابر است با :

- (۱) A (۲) B (۳) \emptyset (۴) $A \cup B$

۹۱. قرینه‌ی $(-x^{-1})^{-1}$ کدام است؟

- (۱) x (۲) $\frac{1}{x}$ (۳) $-x$ (۴) $-\frac{1}{x}$

۹۲. کوچک‌ترین مضرب مشترک دو عدد ۲۴ و ۳۶ چند واحد از بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک آن‌ها بیشتر است؟

- (۱) ۴۸ (۲) ۵۴ (۳) ۶۰ (۴) ۷۲

۹۳. در تساوی $\frac{x-2}{11} = \overline{0/72}$ مقدار x کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۰

۹۴. اگر $A = x(x+2)$ و $B = (x-2)$ باشد، حاصل $A - B$ برابر است با :

- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۱۰

۹۵. سه جمله‌ای بخش‌پذیر بر $(x+3)(x-1)$ با تغییر علامت «کدام جمله»ی آن بر $(x-3)(x+1)$ بخش‌پذیر می‌گردد؟

- (۱) x^2 (۲) x (۳) عدد ثابت (۴) هر سه جمله

۹۶. عبارت $x^2 + x - 2$ بر کدام یک از عامل‌های زیر بخش‌پذیر است؟

- (۱) $x+1$ (۲) $x+2$ (۳) x^2+1 (۴) x^2-2

۹۷. حاصل عبارت $\frac{a^2-b^2}{ab-b^2} - \frac{ab^2-b^2}{b^2}$ کدام است؟

- (۱) $2b$ (۲) -2 (۳) 2 (۴) $2a - 2b$

۹۸. فاصله نقطه $A \left| \frac{1}{2} \right|$ از خط $3x + 4y - 5 = 0$ کدام است؟

- (۱) $\frac{6}{5}$ (۲) $\frac{5}{6}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{7}{3}$

۹۹. معادله‌ی خطی که از نقطه (۳ و -۲) گذشته و با خط به معادله‌ی $2y - 4x = 5$ موازی باشد، کدام است؟

- (۱) $2y - x = 8$ (۲) $2y = 2x + 5$ (۳) $y = 2x + 7$ (۴) $2y - 4x = 7$

۱۰۰. مقدار $\frac{1}{\sqrt{2}-1}$ برابر است با :

- (۱) $\sqrt{2} - 1$ (۲) $\sqrt{2} + 1$ (۳) $\sqrt{2} - 8$ (۴) $\sqrt{2} + 8$

۱۰۱. کسر $\frac{3}{2\sqrt[6]{16}}$ برابر است با :

- (۱) $\frac{3\sqrt[3]{4}}{16}$ (۲) $\frac{3\sqrt[3]{2}}{4}$ (۳) $\frac{2\sqrt[3]{2}}{3}$ (۴) $\sqrt[3]{2}$

۱۰۲. اگر به ۳ برابر عددی ۴ واحد اضافه گردد و از نصف حاصل، همان عدد کم شود، باقی مانده ۵ می‌گردد. آن عدد کدام است؟

- (۱) ۱۹ (۲) ۱۴ (۳) ۸ (۴) ۶

۱۰۳. در کیسه‌ای ۲۵ سکه ۱۰۰ ریالی و ۲۵۰ ریالی به مبلغ ۴/۰۰۰ ریال موجود است، تعداد سکه‌های ۱۰۰ ریالی برابر است با :

- (۱) ۵ (۲) ۱۰ (۳) ۱۵ (۴) ۲۰

۱۰۴. جواب نامعادله‌ی $\frac{3x-2}{6} - \frac{x-2}{4} < 1$ عبارت است از :

- (۱) $x < -\frac{10}{3}$ (۲) $x > \frac{10}{3}$ (۳) $x < \frac{10}{3}$ (۴) $x > -\frac{10}{3}$

۱۰۵. توزیع تعداد فرزندان ۲۰ خانواده به قرار جدول زیر است. فراوانی تجمعی صعودی طبقه چهارم کدام است؟

حدود طبقات	۰-۱	۲-۳	۴-۵	۶-۷	۸-۹
فراوانی	۲	۸	۵	۳	۲

- (۱) ۵ (۲) ۱۰ (۳) ۱۵ (۴) ۱۸

۱۰۶. در نمودار میله‌ای، طول میله‌ها بیانگر چیست؟

- (۱) متغیر تصادفی (۲) شاخص عددی متغیر تصادفی

۳) اهمیت متغیر تصادفی

۴) فراوانی نظیر متغیر تصادفی

۱۰۷. در توزیع زیر، میانه کدام است؟

	۳	۴	۶	۷
	۲	۳	۴	۶

۳/۵ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴)

۱۰۸. تابع $f(x) = x^2 - 8x$ مفروض است. مقدار $f(-2)$ کدام است؟

۴ (۱) ۳ (۲) -۲ (۳) ۱۰ (۴)

۱۰۹. یکی از ریشه‌های معادله $x^2 - 7x - 8 = 0$ کدام است؟

۱ (۱) ۸ (۲) -۸ (۳) ۱۴ (۴)

۱۱۰. کدامیک از موارد زیر نادرست است؟

(۱) هر مستطیل یک متوازی‌الاضلاع است. (۲) هر لوزی یک متوازی‌الاضلاع است

(۳) هر مربع یک لوزی است. (۴) هر لوزی یک مربع است.

۱۱۱. جمله هفتم در یک تصاعد حسابی ۲۰ و جمله ی پانزدهم آن ۳۰ است، قدرنسبت کدام است؟

۳/۵ (۱) ۴/۵ (۲) ۵/۴ (۳) ۵/۳ (۴)

۱۱۲. جمله پنجم در تصاعد هندسی ... و ۹ و -۶ و ۴ کدام است؟

۷۱/۴ (۱) -۵۱/۴ (۲) ۸۱/۴ (۳) ۶۱/۴ (۴)

۱۱۳. جواب معادله $\log x + \log 2x + \log 3x = \log 4x$ کدام است؟

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۱۴. اگر تابع درآمد کل $TR = (6)x$ و تابع هزینه کل $TC = 16(3)x$ باشد، نقطه‌ی سر به سر کدام است؟

۵ (۱) ۶ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴)

۱۱۵. طول نقطه‌ی ماکزیمم تابع با ضابطه‌ی $f(x) = x^3 - 3x$ کدام است؟

-۲ (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴)

۱۱۶. اگر داشته باشیم $z = \frac{x}{y} + \frac{y}{x} + \ln \frac{x}{y}$ مقدار $XZ'_x + YZ'_y$ کدام است؟

صفر (۱) z (۲) $\frac{1}{z}$ (۳) z^{-2} (۴)

۱۱۷. در تابع دو متغیری $z = \frac{2x+y-1}{x+2y}$ ، مجموع طول و عرض نقطه‌ی اکسترمم آن کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) ۳ (۴) $\frac{1}{3}$

۱۱۸. اگر مینیمم تابع $z = X^2 + Y^2$ با توجه به قید $X + 2Y = 5$ را با استفاده از روش ضریب لاگرانژ تعیین

کنیم، مقدار λ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۱۹. مقدار انتگرال $I = \int_1^2 \frac{2\ln x}{x} dx$ برابر کدام است؟

- (۱) $2\ln 2$ (۲) $(\ln 2)^2$ (۳) $\ln 4$ (۴) $\frac{1}{2}\ln 2$

۱۲۰. اگر $I(x) = \int e^{\sqrt{x}} dx$ باشد، آنگاه $I'(1) - I'(0)$ برابر کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $2(e-1)$ (۳) $e-1$ (۴) ۲

۱۲۱. اگر $N=10$ و $\sum_{i=1}^{10} X_i = 60$ و $\sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 400$ ضریب پراکندگی چقدر است؟

- (۱) $0/33$ (۲) $0/4$ (۳) $0/66$ (۴) $0/7$

۱۲۲. چنانچه در یک توزیع دو جمله‌ای $n = 5$ ، $P = \frac{1}{4}$ (احتمال موفقیت) باشد، احتمال ۳ موفقیت برابر است با:

- (۱) $0/0879$ (۲) $0/0884$ (۳) $0/884$ (۴) $0/879$

۱۲۳. یک توزیع احتمال دارای چگالی $f(x)=1$ است. اگر چه پایین توزیع $3/4$ باشد، میانه‌ی توزیع چقدر است؟

- (۱) $3/7$ (۲) $3/9$ (۳) ۴ (۴) $6/8$

۱۲۴. اگر ادعایی شود که «میانگین جامعه‌ی آماری بیش از ۱۰ است» فرضیه‌ی صفر آن کدام است؟

- (۱) $H_0: \mu x < 10$ (۲) $H_0: \mu x = 10$ (۳) $H_0: \mu x \leq 10$ (۴) $H_0: \mu x \geq 10$

۱۲۵. اگر مقدار کوواریانس X و Y مساوی ۵ و $\sigma_x^2 = \sigma_y^2 = 25$ باشد، مقدار ضریب همبستگی کدام است؟

- (۱) $0/08$ (۲) $0/04$ (۳) $0/20$ (۴) ۱

۱۲۶. در ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$ مجموع مقادیر ویژه (خاص) کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۷

۱۲۷. اگر $Z = U^2 + V^2 - 2UV$ و $U = r \cos \theta$ و $V = r \sin \theta$ باشد منظور $\frac{\partial Z}{\partial r}$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $(2U - 2V) \cos \theta$

- (۳) $2r - 4r \sin \theta \cos \theta$ (۴) $(2U - 2V) \sin \theta$

۱۲۸. اگر داشته باشیم $n(A) = 10$ و $n(B) = 15$ و $n(A \cup B) = 19$ باشد، $n(A \cap B)$ کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۹ (۳) ۲۵ (۴) ۲۹

۱۲۹. اگر $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{a}{n})^{2n} = e^{\frac{3}{2}}$ باشد، مقدار a کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۳۰. در یک حساب سپرده‌ی بانکی، سود در پایان هر ماه بر سرمایه اضافه می‌شود. با نرخ سود ۱۲٪، پس از ۳ سال سرمایه چند برابر می‌شود؟

- (۱) $(1/012)^{36}$ (۲) $(1/01)^{36}$ (۳) $(1/12)^{36}$ (۴) $(1/03)^{36}$

۱۳۱. به ازای کدام مقدار k دستگاه معادلات $\begin{cases} X + 2Y + KZ = 0 \\ X - Y + Z = 0 \\ 2X + Y - Z = 0 \end{cases}$ جواب‌های غیر صفر دارد؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

۱۳۲. به طور متوسط هر ده دقیقه یک مشتری وارد بانک می‌شود، احتمال اینکه در ۲۰ دقیقه ۲ مشتری وارد شود چقدر است؟

- (۱) $3e^{-3}$ (۲) $2e^{-2}$ (۳) $4e^{-2}$ (۴) $8e^{-1}$

۱۳۳. حاصل $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sqrt[n]{\frac{(2n+1)!}{n!}}$ کدام است؟

- (۱) $\ln 2 - 1$ (۲) $\ln 4 - 1$ (۳) $\ln 2 + 1$ (۴) $\ln 4 + 1$

۱۳۴. از میان مثلث‌هایی که مجموع طول قاعده و ارتفاع وارد بر آن ۱۶ سانتی‌متر است مثلی را انتخاب کرده‌ایم که مساحت آن ماکزیمم است. مساحت این مثلث چند سانتی‌متر مربع است؟

- (۱) ۳۰ (۲) ۳۴ (۳) ۳۳ (۴) ۳۲

۱۳۵. نقطه A روی منحنی $y = \frac{2}{x}$ حرکت می‌کند. کمترین فاصله A تا مبدأ مختصات کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) ۱ (۴) $\frac{1}{2}$

۱۳۶. مساحت بزرگ‌ترین مستطیلی که داخل یک دایره به شعاع ۲cm قرار می‌گیرد کدام است؟

- (۱) $6cm^2$ (۲) $8cm^2$ (۳) $10cm^2$ (۴) $12cm^2$

۱۳۷. در مورد تابع $y = x^4 + 3x^2 + 1$ کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) یک مینیمم و یک ماکزیمم دارد (۲) فقط یک ماکزیمم نسبی دارد
(۳) فقط یک مینیمم نسبی دارد (۴) یک نقطه عطف دارد

۱۳۸. از رابطه $12^x \times 32^y \times 9 = 6^5$ کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) $-\frac{2}{5}$ (۲) $-\frac{1}{5}$ (۳) $\frac{1}{5}$ (۴) $\frac{2}{5}$

۱۳۹. باقیمانده تقسیم $16x^4 - 8x^3 + 4x^2 + 5$ بر $2x - 1$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۸

۱۴۰. در تجزیه عبارت $x^2 - 5xy - 6y^2$ کدام عامل وجود دارد؟

- (۱) $x - 6y$ (۲) $x - y$ (۳) $x - 2y$ (۴) $x - 3y$

۱۴۱. کدام جمله بر عبارت $4x^2 - 11x + 9$ افزوده شود تا حاصل به صورت مربع کامل دو جمله‌ای گردد؟

- (۱) $-3x$ (۲) $-x$ (۳) $3x$ (۴) $5x$

۱۴۲. گویا شده عبارت $\frac{\sqrt{8}}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \sqrt{3} - 1$ برابر کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) ۲

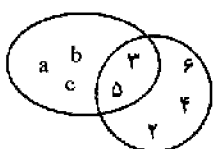
۱۴۳. به ازای کدام مقدار m نقطه $A(2, m-1)$ بر روی خط به معادله $3x - 4y = 10$ قرار دارد؟

- (۱) -۱ (۲) ۰ (۳) ۱ (۴) ۲

۱۴۴. خط به معادله $3x + 5y + 8 = 0$ از کدام ناحیه محورهای مختصات نمی‌گذرد؟

- (۱) چهارم (۲) سوم (۳) دوم (۴) اول

۱۴۵. با توجه به نمودار ون مجموعه $(A \cap B') \cup (B \cap A')$ چند عضو دارد؟



(۱) ۳

(۲) ۴

(۳) ۵

(۴) ۶

۱۴۶. محیط مستطیلی ۵۰ واحد است. اگر طول مستطیل ۱ واحد از عرض مستطیل بیشتر باشد، مساحت مستطیل

چقدر است؟

- (۱) ۱۳۲ (۲) ۱۳۶ (۳) ۱۴۴ (۴) ۱۵۶

۱۴۷. جذر یک عددی تا دو رقم اعشار برابر $\frac{3}{42}$ و باقیمانده جذر $\frac{0}{136}$ می‌باشد، آن عدد کدام است؟

- (۱) $11/69$ (۲) $11/70$ (۳) $11/71$ (۴) $11/72$

۱۴۸. قرینه عدد $(-2\frac{2}{3})$ از عدد $(-\frac{1}{3})$ چقدر بیشتر است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) $\frac{5}{3}$ (۴) $\frac{7}{3}$

۱۴۹. حاصل $\frac{(3)^7 \times (0/4)^7}{(1/2)^5}$ برابر کدام است؟

- (۱) ۱/۰۸ (۲) ۱/۴۴ (۳) ۲/۵۶ (۴) ۲/۸۸

۱۵۰. از دستگاه معادلات $\begin{cases} 2x - 3y = 16 \\ 3x + y = 13 \end{cases}$ مقدار x کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۱۵۱. محصول گندم کشاورزی در ۶ سال گذشته بر حسب تن برابر ۱۰۷/۵ و ۱۰۵ و ۹۲ و ۸۲/۵ و ۸۴/۹۶ میانگین

محصول گندم در شش سال گذشته کدام است؟

- (۱) ۹۴ (۲) ۹۴/۲۵ (۳) ۹۴/۵ (۴) ۹۴/۷۵

۱۵۲. در دو مثلث متساوی الساقین کدام جزء از هر دو مثلث اگر برابر باشند، آنگاه دو مثلث متشابه‌اند؟

- (۱) دو زاویه رأس (۲) دو زاویه دلبخواه (۳) دو قاعده (۴) دو ساق

۱۵۳. حاصل عبارت $4a^2 - 12a + 5$ به ازای $a = -\frac{3}{2}$ چقدر است؟

- (۱) ۲۸ (۲) ۳۰ (۳) ۳۲ (۴) ۳۶

۱۵۴. از ۴ عدد زیر، کدام عدد اول است؟

- (۱) ۷۷ (۲) ۸۷ (۳) ۹۷ (۴) ۹۱

۱۵۵. قرینه عدد $\left(\frac{21}{18}\right) \div \left(-\frac{5}{6} + \frac{3}{4}\right)$ کدام است؟

- (۱) -۱۴ (۲) -۷ (۳) ۷ (۴) ۱۴

۱۵۶. اندازه قطرهای یک لوزی ۱۶ و ۳۰ واحد است، ضلع لوزی چقدر است؟

- (۱) ۱۷ (۲) ۱۸ (۳) ۱۹ (۴) ۲۱

۱۵۷. در یک مستطیل به طول ۱۲ و عرض ۵ واحد وسط اضلاع متوالی را به هم وصل می‌کنیم. مساحت

متوازی‌الاضلاع حاصل چند واحد مربع است؟

- (۱) ۲۷/۵ (۲) ۳۰ (۳) ۳۲/۵ (۴) ۴۵

۱۵۸. اگر $i = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ و $j = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ آنگاه مختصات بردار $3(i - 2j) - 2(2i + j)$ کدام است؟

- (۱) $\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 1 \\ -8 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} -1 \\ -8 \end{bmatrix}$

۱۵۹. از بین ۸ نفر قبول شدگان المپیاد، ۳ نفر به تصادف انتخاب می‌کنیم. تعداد عضوهای پیشامد A که در آن فرد

موره نظر در بین آنها باشد، کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۲۴ (۳) ۲۱ (۴) ۱۴

۱۶۰. احتمال وقوع پیشامد A برابر $\frac{1}{4}$ و احتمال وقوع پیشامد AUB برابر $\frac{1}{3}$ و $A \subset B$ است. احتمال وقوع پیشامد B کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{12}$ (۴) $\frac{7}{12}$

۱۶۱. از نوعی بذر ۸۰ درصد آن‌ها جوانه می‌زند. اگر سه بذر از این نوع کاشته شود، با کدام احتمال لااقل دو بذر جوانه می‌زند؟

- (۱) $\frac{0}{512}$ (۲) $\frac{0}{783}$ (۳) $\frac{0}{864}$ (۴) $\frac{0}{896}$

۱۶۲. تابع $f(x) = x^2 - 3|x|$ چند نقطه‌ی بحرانی دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۶۳. حاصل $\int \frac{(2x\sqrt{x} + \sqrt{x})^4}{x^2} dx$ برابر است با :

- (۱) $\frac{(2x+1)^5}{5} + c$ (۲) $\frac{(2x+1)^5}{18} + c$ (۳) $\frac{2(2x+1)^5}{5} + c$ (۴) $4\frac{(2x+1)^5}{5} + c$

۱۶۴. جواب مشترک نامعادلات $\frac{2}{3}x \geq 1 - \frac{2}{3}$ و $x - 1 \leq \frac{1}{2} - 2x$ کدام است؟

- (۱) $|x| < \frac{1}{2}$ (۲) $x < \frac{1}{2}$ (۳) $x > \frac{1}{2}$ (۴) $x = \frac{1}{2}$

۱۶۵. به ازای کدام مقدار m معادله $mx^2 - 6x + m - 2 = 0$ ریشه مضاعف دارد؟

- (۱) $8 \pm \sqrt{10}$ (۲) $2 \pm \sqrt{8}$ (۳) $1 \pm \sqrt{10}$ (۴) $1 \pm \sqrt{8}$

۱۶۶. اگر A مجموعه با پایان و B مجموعه بی‌پایان باشد. مجموعه A - B چگونه است؟

- (۱) با پایان (۲) بی‌پایان (۳) تهی (۴) غیرقابل تعریف

۱۶۷. اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$ و I ماتریس واحد از مرتبه دو باشند. ماتریس $(A - I) \cdot (A + I)$ کدام است؟

- (۱) $\begin{bmatrix} -2 & 25 \\ 5 & -3 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} -2 & 25 \\ -5 & 3 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} -2 & 25 \\ -5 & -3 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 2 & 25 \\ 5 & -3 \end{bmatrix}$

۱۶۸. جواب کلی معادله $2\cos x + \sqrt{3} = 0$ به کدام صورت است؟

- (۱) $2k\pi \pm \frac{5\pi}{6}$ (۲) $2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$ (۳) $2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ (۴) $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$

۱۶۹. اگر $\log x + \log y = 1$ و $4^{x-y} = 64$ عدد x کدام است؟

- (۱) $7/5$ (۲) ۶ (۳) ۵ (۴) $4/5$

۱۷۰. اگر $a = i - 2j$ و $b = 3i + j$ ، طول بردار مکان $\overrightarrow{OA} = 2a - b$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{15}$ (۲) $\sqrt{17}$ (۳) $\sqrt{20}$ (۴) $\sqrt{26}$

۱۷۱. از رابطه $C(n, n-2) = 120$ عدد n کدام است؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۱۶ (۳) ۱۵ (۴) ۱۲

۱۷۲. در یک تصاعد حسابی جمله اول ۳- و مجموع ۱۳ جمله اول آن صفر است. قدر نسبت تصاعد آن کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۱

۱۷۳. بین دو عدد ۱۶ و ۸۱ سه واسطه هندسی درج شده است. مجموع این سه عدد کدام است؟

- (۱) ۱۱۲ (۲) ۱۱۴ (۳) ۱۱۶ (۴) ۱۱۸

۱۷۴. عبارت $\tan(\pi + \alpha) + \frac{\sin 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha}$ برابر کدام است؟

- (۱) $2 \tan \alpha$ (۲) $2 \cos \alpha$ (۳) $\cos \alpha$ (۴) $\tan \alpha$

۱۷۵. ساده شده عبارت $\left(4x + \frac{1}{x-1}\right) \times \left(1 - \frac{1}{2x-1}\right)$ کدام است؟

- (۱) $2x-1$ (۲) $2x+1$ (۳) $4x-2$ (۴) $2x-2$

۱۷۶. در تجزیه عبارت $(a^2 - c^2 + b^2 - 2ab)$ کدام عامل وجود دارد؟

- (۱) $a + b + c$ (۲) $a + c - b$ (۳) $a - c + b$ (۴) $c - a - b$

۱۷۷. خط به معادله $y = 2x - 8$ محورهای مختصات را در A و B قطع می‌کند، فاصله وسط AB از مبدأ مختصات

کدام است؟

- (۱) $\frac{2\sqrt{5}}{3}$ (۲) $\frac{5\sqrt{2}}{3}$ (۳) $\frac{3\sqrt{5}}{2}$ (۴) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

۱۷۸. حاصل عبارت $(\sqrt{2} - 2\sqrt{3})(\sqrt{8} + \sqrt{3}) + \sqrt{54}$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) $\sqrt{6}$

۱۷۹. کدام یک از گزاره‌های زیر درست است؟

(۱) به ازای بعضی از اعداد گویای ناصفر a ، عدد $a\sqrt{2}$ ، گویا است.

(۲) به ازای هر عدد گنگ a ، $(a + \sqrt{2})^2$ عددی گنگ است.

(۳) به ازای هر عدد گویای a ، عدد $(a + \sqrt{2})^{-1}$ عددی گنگ است.

(۴) به ازای هر عدد گنگ a ، $(a + \sqrt{2})$ عددی گنگ است.

۱۸۰. معادله $x^2 - 6 = 5|x|$ چند جواب دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۸۱. تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & |x| \leq 2 \\ 4x - 1 & |x| > 2 \end{cases}$ در چند نقطه مشتق پذیر نیست؟

- (۱) ۱ (۲) ۴ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۸۲. اگر $\alpha + \beta = \frac{5\pi}{4}$ آنگاه حاصل عبارت $(1 + \tan \alpha)(1 + \tan \beta)$ برابر کدام است؟

- ۴ (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴)

۱۸۳. اگر میانگین قیمت کالایی در بازار ۲۰۰۰ ریال باشد و در یک حراجی کالا را ۱۰٪ ارزان تر بفروشند. متوسط قیمت این کالا در حراجی چند ریال خواهد بود؟

- ۱۸۰۰ (۱) ۱۸۲۰ (۲) ۱۹۰۰ (۳) ۱۹۲۰ (۴)

۱۸۴. چند زوج عده طبیعی هست که بزرگترین شماره آنها ۴ و کوچکترین مضرب مشترکشان ۴۰ باشد؟

- هیچ (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)

۱۸۵. مقدار $2\sin 0^\circ + \sin 40^\circ + \cos 6170^\circ$ کدام است؟

- صفر (۱) ۱ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴)

۱۸۶. به ازای کدام مقدار m عبارت $x^2 - \frac{m}{2}x + 28$ مربع کامل است؟

- $\sqrt{7}$ (۱) ۲۸ (۲) $4\sqrt{7}$ (۳) $8\sqrt{7}$ (۴)

۱۸۷. اگر X و Y دو متغیر تصافی و $\text{sp}X = 6$ و $\text{ss}X = 8$ و $\bar{X} = 2$ و $\bar{Y} = 5$ معادله خط رگرسیون کدام است؟

- $y = 2x - 1$ (۱) $y = 2x + 1$ (۲) $y = x - 8$ (۳) $y = x + 8$ (۴)

۱۸۸. معادله صفحه‌ای که عمود بر خط $x - 1 = 2y = z + 1$ بوده و از نقطه $(1, 1, 1)$ می‌گذرد، کدام است؟

- $x + 2y + z = -4$ (۱) $2x + y + 2z = -5$ (۲) $x + 2y + z = 4$ (۳) $2x + y + 2z = 5$ (۴)

۱۸۹. اگر $(n)^2 - \binom{n}{2} = 36$ ، چقدر است؟

- ۷۲ (۱) ۸۴ (۲) ۹۶ (۳) ۱۰۸ (۴)

۱۹۰. باقیمانده تقسیم عدد 2^{500} بر ۱۳ کدام است؟

- ۸ (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴)

۱۹۱. در یک کلاس با ۵۰ دانش آموز، ۳۰ نفر در درس ریاضی و ۳۵ نفر در درس فیزیک قبول شده‌اند، اگر ۱۰ نفر

در هر دو درس مردود شده باشند، چند نفر در هر درس قبول شده‌اند؟

- ۱۰ (۱) ۲۰ (۲) ۲۵ (۳) ۳۰ (۴)

۱۹۲. ارتفاع هرم مربع القاعده منتظمی ۷ و یک ضلع قاعده‌اش ۸ سانتی متر است، یال هرم چند سانتی متر است؟

- ۹ (۱) $9/5$ (۲) ۸ (۳) $8/5$ (۴)

۱۹۳. برای یک جلد کتاب با ۳۰٪ تخفیف مبلغ ۱۴۰۰ ریال و یک کیف با ۲۰٪ تخفیف مبلغ ۸۰۰۰ ریال پرداخت کرده‌ایم، روی هم چند ریال تخفیف گرفته‌ایم؟

- (۱) ۲۶۰۰ (۲) ۲۰۲۰ (۳) ۲۰۰۰ (۴) ۹۴۰

۱۹۴. اگر $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$ ، آنگاه $X + Y$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۹۵. نمودار معادله $|x| + |y| = 1$ کدام است؟

- (۱) یک دایره (۲) یک مربع
(۳) یک پاره خط واقع بر نیمساز ربع اول (۴) هیچکدام

۱۹۶. تعداد باکتری‌ها در یک نوع کشت، در دقیقه t ، از رابطه $f(t) = 1000e^{0.46t}$ به دست می‌آید. بعد از چند دقیقه، ۱۰۰۰۰ باکتری خواهیم داشت؟

- (۱) $50 \ln 10$ (۲) $25 \ln 10$ (۳) $25 \ln 2$ (۴) $50 \ln 5$

۱۹۷. اگر $f(t) = \sqrt{x - x^2}$ باشد، $f'\left(\frac{1}{2}\right)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۰ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۱۹۸. خروج از مرکز بیضی $x^2 + 4y^2 = 8$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۱۹۹. دامنه تابع $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-|x|}}$ کدام یک از موارد زیر می‌باشد؟

- (۱) $R - \{0\}$ (۲) R^+ (۳) $R - N$ (۴) \emptyset

۲۰۰. تابع $y = 2 - e^{-5x}$ در کدام فاصله، صعودی است؟

- (۱) به ازای همه مقادیر R صعودی است (۲) $x > -2$
(۳) $x > 0$ (۴) $x > 2$

۲۰۱. تمام خط‌های عمود بر منحنی $x^2 + y^2 + 4y = 5$ از یک نقطه ثابت عبور می‌کنند مختصات نقطه کدام است؟

- (۱) $(0, -2)$ (۲) $(1, 2)$ (۳) $(0, 2)$ (۴) $(1, -2)$

۲۰۲. به ازای چه مقداری از m ، خط $y = 4x$ بر منحنی $y = \frac{2mx-1}{x}$ مماس می‌باشد؟

- (۱) ± 4 (۲) ± 2 (۳) ± 1 (۴) $\pm \frac{1}{2}$

۲۰۳. اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+1)}{(2x^2+ax+b)}$ باشد، آنگاه $2a + b$ کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۴ (۳) -۲ (۴) -۶

۲۰۴. کدام یک از توابع زیر، نسبت به مبدأ متقارن نمی باشد؟

- (۱) $xy = 1$ (۲) $y = (x - 1)^3$ (۳) $y = \sin x$ (۴) $y = x^3$

۲۰۵. حاصل انتگرال $\int \frac{x^2}{x^2+1} dx$ برابر است با:

- (۱) $x - \arctan(x) + c$ (۲) $x + 2\arctan(x) + c$
(۳) $\tan(x) - x + c$ (۴) $x - \tan(x) + c$

۰۶. حاصل انتگرال $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \Psi \eta(x) - \cos(x) p dx$ کدام است؟

- (۱) -2 (۲) $\sqrt{2} - 2$ (۳) 2 (۴) $2 - \sqrt{2}$

۲۰۷. با حروف کلمه «بانک سپه» چند کلمه ۴ حرفی (بدون توجه به معنی کلمه ساخته شده) می توان ساخت؟

- (۱) ۳۵ (۲) ۲۸۰ (۳) ۲۱۰ (۴) ۷۰

۲۰۸. میانگین ۱۰ عدد، ۱۵ می باشد. اگر به هر عدد ۴ واحد اضافه کنیم و حاصل را در ۲ ضرب کنیم، آنگاه میانگین کدام است؟

- (۱) ۳۸ (۲) ۳۶ (۳) ۳۴ (۴) ۲۸

۲۰۹. در سری داده های روبه رو، میانه کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۷ (۳) ۹ (۴) ۱۰

۲۱۰. چرا از دامنه تغییرات، به عنوان مقیاس پراکندگی استفاده نمی شود؟

(۱) مقدار آن اغلب بزرگ است.

(۲) با کاهش داده ها، مقدار آن کم می شود.

(۳) با افزایش داده ها، مقدار آن کم می شود.

(۴) در محاسبه آن فقط از بزرگترین و کوچکترین داده استفاده می شود.

۲۱۱. در جدول توزیع مقابل، میانگین حسابی کدام است؟

$L_1 - U_1$	0 - 10	10 - 20	20 - 30	30 - 40
f_i	5	20	۵	20

- (۱) ۲۰ (۲) ۲۳ (۳) ۲۵ (۴) ۳۲

۱۲. اگر از کیسه‌ای که شامل ۲۰ مهره سفید و ۳۰ مهره سیاه است، دو مهره به تصادف و با جایگذاری انتخاب کنیم، احتمال این که یک مهره سیاه و یک مهره سفید باشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{6}{25}$ (۲) $\frac{11}{25}$ (۳) $\frac{19}{25}$ (۴) $\frac{12}{25}$

۲۱۳. تولیدات دو کارگاه A و B کارخانه‌ای بر حسب کیفیت کالا، مرغوب و نامرغوب، مطابق جدول زیر است. محصولی را به تصادف از این کارخانه انتخاب می‌کنیم اگر بدانیم محصول تولیدی دارای کیفیت مرغوب است، احتمال این که در کارگاه B تولید شده باشد، چقدر است؟

- (۱) $\frac{1}{5}$ (۲) $\frac{2}{5}$ (۳) $\frac{3}{5}$ (۴) $\frac{4}{5}$

	A	B
مرغوب	۰/۳	۰/۲
نامرغوب	۰/۲	۰/۳

۲۱۴. دامنه تابع $f(x) = \sqrt{x - |x|}$ کدام است؟

- (۱) $\{0\}$ (۲) $[-\infty, 0]$ (۳) $[0, +\infty)$ (۴) $(-\infty, +\infty)$

۲۱۵. مقدار $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 16}{4 - x^2}$ کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۴ (۳) -۴ (۴) -۸

۲۱۶. اگر $f(x) = |x|$ و $g(x) = -|x|$ باشد، آنگاه $\text{fog}(x)$ کدام یک از موارد زیر است؟

- (۱) $f(x)$ (۲) $g(x)$ (۳) x^2 (۴) صفر

۲۱۷. اگر $y = x + 1$ باشد، آنگاه برد آن کدام است؟

- (۱) Z (۲) R (۳) $R - \{1\}$ (۴) ضابطه فوق، تابع نیست.

۲۱۸. مشتق $y = \sin(\sqrt{x})$ کدام است؟

- (۱) $\cos(\sqrt{x})$ (۲) $\frac{-1}{2\sqrt{x}} \cos(\sqrt{x})$ (۳) $\frac{1}{2\sqrt{x}} \sin(\sqrt{x})$ (۴) $\frac{1}{2\sqrt{x}} \cos(\sqrt{x})$

۲۱۹. اگر اشتراک متمم دو مجموعه A و B تهی باشد، آنگاه کدام یک از موارد زیر، همواره درست است؟

- (۱) مجموعه A تهی است. (۲) مجموعه B تهی است.
(۳) مجموعه A و B تهی است (۴) اجتماع A و B مجموعه مرجع می‌باشد.

۲۲۰. دستگاه همگن $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ به ازای چه مقادیری از k، بی‌نهایت جواب دارد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۲۲۱. برای رسم نمودار چند ضلعی، به ترتیب مقادیر مربوط به کدام یک از موارد زیر را روی محور x ها و y ها قرار می‌دهیم؟

- (۱) حدود طبقات، فراوانی مطلق
(۲) حدود طبقات، فراوانی تجمعی
(۳) نماینده طبقات، فراوانی مطلق
(۴) نماینده طبقات، حدود طبقات

۲۲۲. اگر در یک سری داده آماری، مقدار میانه برابر ۵۰ و نما (مُد) برابر ۴۰ باشد، مقدار تقریبی میانگین این داده‌ها کدام است؟

- (۱) ۶۰ (۲) ۵۵ (۳) ۵۰ (۴) ۳۵

۲۲۳. از میان ۵ مرده و ۵ زن متقاضی کار برای استخدام در یک بانک، به چند طریق می‌توان گروهی شامل ۳ مرد و ۲ زن را انتخاب کرد؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۶۰ (۳) ۱۰۰ (۴) ۲۵۲

۲۲۴. چند عدد سه رقمی (بدون تکرار ارقام) از ارقام ۹، ۷، ۶، ۴ و ۲ می‌توان استخراج نمود؟

- (۱) ۱۲۵ (۲) ۱۲۰ (۳) ۷۵ (۴) ۶۰

۲۲۵. اگر $P(A) = \frac{3}{4}$ و $P(B) = \frac{3}{4}$ باشد، کدام صحیح است؟

- (۱) $P(A \cup B) < \frac{3}{4}$ (۲) $P(A \cup B) \leq \frac{3}{4}$ (۳) $P(A \cup B) > \frac{3}{4}$ (۴) $P(A \cup B) \geq \frac{3}{4}$

۲۲۶. در یک بانک، میانگین حقوق ماهیانه کارکنان مرده ۱۲۰/۰۰۰ تومان، کارکنان زن ۷۰/۰۰۰ و کلیه کارکنان ۱۰۰/۰۰۰ می‌باشد چند درصد کارکنان زن هستند؟

- (۱) ۴۵ (۲) ۴۰ (۳) ۳۰ (۴) ۲۵

۲۲۷. اگر میانگین ۲۰ عدد، ۱۵ و انحراف معیار آنها ۳ باشد و به هر عدد ۴ واحد اضافه کنیم و حاصل را در ۳ ضرب کنیم، واریانس برابر چند خواهد بود؟

- (۱) ۹ (۲) ۶۰ (۳) ۸۱ (۴) ۲۷

۲۲۸. کارخانه‌ای دارای دو محصول A و B می‌باشد. $\frac{1}{4}$ تولیدات این کارخانه از نوع A است. احتمال این که ۳ محصول از ۴ محصول این کارخانه که به تصادف انتخاب شده‌اند، از نوع B باشد چقدر است؟

- (۱) $\frac{36}{64}$ (۲) $\frac{27}{64}$ (۳) $\frac{12}{64}$ (۴) $\frac{9}{64}$

۲۲۹. حاصل عبارت $(A - B) \cup (B - A) \cap (A \cap B) \cap (B \cup A)$ کدام است؟

- (۱) B (۲) $B - A$ (۳) $A - B$ (۴) AB

۲۳۰. اگر $A = \{x | x \in \mathbb{Z}, (|x| - 1)(|x| - 2) = 0\}$ باشد، آنگاه $P(a)$ (مجموعه توانی A) چند عضو دارد؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۸ (۳) ۴ (۴) ۲

۲۳۱. اگر ماتریس $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، مقدار دترمینان $2A$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۱۶

۲۳۲. اگر $f(x) = x^2(x^4 + 1)(x^6 + 1)(x^8 + 1)$ باشد، آنگاه $f''(0)$ کدام است؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۸ (۳) ۲ (۴) ۱

۲۳۳. مشتق تابع $y = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^k$ در نقطه $x=0$ برابر است با:

- (۱) صفر (۲) $n!$ (۳) n (۴) $\frac{n(n+1)}{2}$

۲۳۴. دیفرانسیل کامل $Z = x^2 - xy + y^2$ وقتی x از ۲ به $\frac{2}{3}$ و y از ۱ به $\frac{1}{2}$ تغییر کند، کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{6}$ (۳) $-\frac{1}{6}$ (۴) $-\frac{1}{3}$

۲۳۵. درجه همگنی تابع $Z = \frac{x+y}{xy+y^2}$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) صفر (۳) ۱ (۴) بستگی به مقادیر x و y دارد

۲۳۶. هرگاه $\int_a^b f(x)dx = c$ باشد، آنگاه مقدار $\int_{\frac{1}{b}}^{\frac{1}{a}} \frac{1}{x^2} f\left(\frac{1}{x}\right)dx$ چقدر است؟

- (۱) $\frac{c}{b-a}$ (۲) $\frac{c}{2}$ (۳) $\frac{b-a}{c}$ (۴) c

۲۳۷. در نمودار دایره‌ای ۶۰ داده آماری، کمانی به اندازه ۳۰ درجه به یک طبقه تعلق دارد. فراوانی مطلق آن طبقه کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۸ (۳) ۷ (۴) ۵

۲۳۸. دستگاه A در اندازه‌گیری مکرر از شیء واحدی، دارای واریانس $\sigma^2 = 9$ بوده و دستگاه B در اندازه‌گیری

مکرر از همان شیء دارای واریانس $\sigma^2 = 25$ است. کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

- (۱) دستگاه A دقیق‌تر است.
(۲) دستگاه B دقیق‌تر است.
(۳) دستگاه A اندازه‌گیری‌های بزرگ‌تری از دستگاه B بدست می‌دهد.
(۴) دستگاه B اندازه‌گیری‌های بزرگ‌تری از دستگاه A بدست می‌دهد.

۲۳۹. از بین ۱۲ نفر دانشجوی، چند گروه حداقل ۱۰ نفره می‌توان تشکیل داد؟

- (۱) ۵۳ (۲) ۷۹ (۳) ۸۰ (۴) ۱۲۰

۲۴۰. اگر A و B دو پیشامد تصادفی بوده و $P(\bar{A}) = 0/2$, $P(B) = 0/5$, و $P(A \cap \bar{B}) = 0/4$ باشد،

آنگاه مقدار احتمال شرطی $P(B|A \cap \bar{B})$ برابر کدام یک از گزینه‌های زیر خواهد بود؟

- (۱) $\frac{5}{9}$ (۲) $\frac{4}{9}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{1}{3}$

۲۴۱. فرض کنید نسبت مراجعه‌کنندگان مرده و زن به یک بانک با هم برابر باشند. اگر ۶ درصد مردان و ۴ درصد

زنان برای دریافت حقوق ماهیانه خود به این بانک مراجعه می‌کنند. احتمال اینکه یک مراجعه‌کننده برای

دریافت حقوق خود به بانک مراجعه کند، چقدر است؟

- (۱) ۰/۰۶ (۲) ۰/۰۵ (۳) ۰/۰۴ (۴) ۰/۰۳

۲۴۲. سود یک فروشنده چتر در روزهای بارانی ۱۵۰/۰۰۰ ریال و زیان وی در روزهای آفتابی ۴۰/۰۰۰ ریال

می‌باشد. اگر احتمال ریزش ۳۰ درصد باشد، به طور متوسط، سود مورد انتظار چند ریال است؟

- (۱) ۳۶/۵۰۰ (۲) ۳۲/۰۰۰ (۳) ۱۶/۵۰۰ (۴) ۱۷/۰۰۰

۲۴۳. تابع چگالی احتمال متغیر تصادفی X در دامنه $[1, 2]$ به صورت $f_X(x) = kx^{-2}$ تعریف شده است. مقدار

k چقدر است؟

- (۱) -۲ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) $\frac{1}{2}$

۲۴۴. حاصل $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \sqrt[n]{e} + \sqrt[n]{e^2} + \dots + \sqrt[n]{e^{n-1}}}{n}$ برابر است با:

- (۱) $e + 1$ (۲) $e - 1$ (۳) $\frac{e+1}{2}$ (۴) $\frac{e-1}{2}$

۲۴۵. محل تلاقی خط $x = 1$ با منحنی $y = f(x)$ که در $y' = e^x(x + 1)$ صدق می‌کند و از مبدأ می‌گذرد،

کدام است؟

- (۱) $2e$ (۲) $e + 1$ (۳) $e - 1$ (۴) e

۲۴۶. مشتق جهتی تابع $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$ در نقطه $(0, 0, 1)$ و در جهت گرادیان تابع f

چقدر است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

۲۴۷. با فرض این که $f(x) = \frac{1}{3} \cot g 3x$ باشد حد $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\frac{\pi}{9} + 3h) - f(\frac{\pi}{9} - h)}{h}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{16}{3}$ (۲) $\frac{16}{3}$ (۳) $-\frac{4(1+\sqrt{3})}{3}$ (۴) $\frac{4(1+\sqrt{3})}{3}$

۲۴۸. حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x \sin x} - \frac{1}{x \tan x} \right)$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۱ (۴) -۱

۲۴۹. اگر $f(x+2) = 2x$ ، $g(x+1) = 4x^2$ ، آنگاه $f(g(3))$ کدام است؟

- (۱) ۱۴ (۲) ۱۶ (۳) ۲۸ (۴) ۳۲

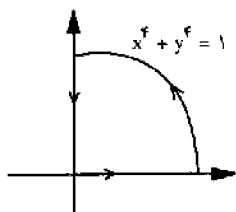
۲۵۰. فرض کنید D ناحیه به منحنی‌های $y = x^2$ ، $y = 8x^2$ ، $yx = 1$ ، $yx = 2$ باشد، مساحت ناحیه D برابر است با:

- (۱) $\ln 2$ (۲) $2 \ln 2$ (۳) $\frac{7}{3} \ln 2$ (۴) $\frac{2}{3} \ln 2$

۲۵۱. مقدار $\frac{d}{dx} \int_x^{x^2} |t| dt$ کدام است؟

- (۱) $2x^3 + x$ (۲) $3x^3 - |x|$ (۳) $2x^3 - x$ (۴) $2x^3 - |x|$

۲۵۲. فرض کنید C منحنی بسته شکل زیر باشد. در این صورت $\int_C \frac{1}{3} x^3 dy + (x^2 y - y^4) dx$ برابر است با:



- (۱) $\frac{5}{4}$ (۲) $\frac{4}{5}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{4}{3}$

۲۵۳. احتمال این که شخصی در یک آزمون استخدامی موفق شود، $\frac{1}{4}$ است. احتمال آن که وی برای اولین بار در

سومین آزمون استخدامی قبول شود، کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{64}$ (۲) $\frac{3}{64}$ (۳) $\frac{9}{64}$ (۴) $\frac{27}{64}$

۲۵۴. سه ماشین A، B و C به ترتیب $\frac{1}{5}$ ، $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{2}$ از کل محصولات یک کارخانه را تولید می‌کنند. درصد

معیوب بودن این ماشین‌ها به ترتیب ۳ درصد، ۴ درصد و ۵ درصد است. یک قلم از محصولات این کارخانه

را به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال معیوب بودن آن چند درصد است؟

- (۱) ۷ (۲) ۴ (۳) $\frac{3}{7}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۲۵۵. فرض کنید X دارای توزیع نرمال یا میانگین μ و واریانس ۴ باشد. آزمون فرض $\begin{cases} H_0 : \mu = 0 \\ H_1 : \mu = 1 \end{cases}$ را در نظر

بگیرید. در یک نمونه $n = ۲۵$ از X، اگر ناحیه بحرانی به صورت $\bar{x} > C$ باشد، مقدار C چقدر باشد تا خطای

نوع اول برابر $\frac{2}{5}$ درصد شود؟ ($z_{0/975} = 1/96$)

- (۱) $\frac{1}{285}$ (۲) $\frac{1}{784}$ (۳) $\frac{1}{96}$ (۴) $\frac{3}{92}$

۲۵۶. اگر متغیر تصادفی X دارای تابع چگالی احتمال به صورت روبرو باشد، $f_X(x) = \frac{A}{1+x^2}$ ، $-\infty < x < +\infty$

آنگاه احتمال $P(|x| < 1)$ برابر کدام یک از موارد زیر است؟

- (۱) $\frac{1}{2\pi}$ (۲) $\frac{2}{\pi}$ (۳) $\frac{1}{\pi}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۲۵۷. اگر چگالی احتمال X به صورت $f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$ و $x \in R$ باشد، تابع چگالی $Y = e^X$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{\sqrt{2\pi y}} e^{-\frac{1}{2}(\ln y)^2}$ (۲) $\frac{1}{\sqrt{2\pi y}} e^{-\frac{1}{2}\ln y}$
(۳) $\frac{1}{\sqrt{2\pi y^2}} e^{-\frac{3}{2}\ln y}$ (۴) $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(\ln y)^2}$

۲۵۸. کدام یک از موارد زیر، صحیح است؟

- (۱) X و Y مستقلند آنگاه $Cov(x, y) \neq 0$ (۲) X و Y مستقلند آنگاه $Cov(x, y) = 0$
(۳) $Cov(x, y) \neq 0$ آنگاه X و Y مستقلند (۴) $Cov(x, y) = 0$ آنگاه X و Y مستقلند

۲۵۹. با جابجایی ارقام ۶، ۵، ۵، ۱، ۱، چند عدد شش رقمی حاصل می‌شود؟

- (۱) ۱۲۰ (۲) ۹۶ (۳) ۶۰ (۴) ۴۸

۲۶۰. ساده شده عبارت $\frac{n!}{(n-2)!} - 2c(n, 2)$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) n^2 (۳) n (۴) $n-1$

۲۶۱. نقطه $A(1, -2)$ عطف نمودار تابع $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ است. دوتایی (a, b) کدام است؟

- (۱) $(1, -2)$ (۲) $(0, -3)$ (۳) $(0, 3)$ (۴) $(1, 2)$

۲۶۲. میانه داده‌های آماری ۹، ۱۰، ۱۴، ۱۷، ۱۷، ۱۵، ۱۲، ۱۱، ۷، ۳، ۴، ۷، ۱۹، ۱۴، ۵ کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۰/۵ (۳) ۱۱ (۴) ۱۱/۵

۲۶۳. انحراف معیار ۱۲ داده آماری برابر صفر است. اگر مجموع مجذورات داده‌ها ۳۰۰ باشد نما در این داده‌ها کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۴/۵ (۳) ۵ (۴) ۶

۲۶۴. از برخورد نیمسازهای داخلی کدام چهارضلعی مستطیل ایجاد می‌شود؟

- (۱) ذوزنقه (۲) محاط در دایره (۳) متوازی‌الاضلاع (۴) محیط بر دایره

۲۶۵. در داخل یک مکعب به قطر $2\sqrt{3}$ بزرگ‌ترین استوانه ممکن قرار گرفته است. سطح کل این استوانه کدام است؟

- (۱) $2\pi\sqrt{3}$ (۲) 3π (۳) 4π (۴) 3π

۲۶۶. باقیمانده تقسیم $(x^3 - x^2 + 5x - 2)$ بر دو جمله‌ای $x - 8$ کدام است؟

- (۱) ۲۳ (۲) ۲۷ (۳) ۲۹ (۴) ۳۱

۲۶۷. حاصل $x^2 + (x^2 - 1) \left(\frac{3x-6}{x^2-x-2} - \frac{x^2+2x}{x^2+x-2} \right)$ کدام است؟

- (۱) $2x + 3$ (۲) $8x + 2$ (۳) $3x - 2$ (۴) $2x - 8$

۲۶۸. اگر $x = 2 + \sqrt{3}$ باشد، حاصل $x^2 - 4x$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

۲۶۹. عرض از مبدأ خط گذرا بر دو نقطه $(3, 5)$ و $(-1, 1)$ کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) -۲ (۳) ۲ (۴) ۳

۲۷۰. فاصله نقطه $A(-2, 3)$ از خط به معادله $2y + 4x + 7 = 0$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ (۲) $\sqrt{5}$ (۳) ۲ (۴) ۵

۲۷۱. میانه داده‌های آماری ۹، ۱۰، ۹، ۸، ۱۲، ۱۱، ۱۵، ۱۳، ۱۱، ۷، ۱۴ کدام است؟

- (۱) $10/5$ (۲) ۱۱ (۳) $11/5$ (۴) ۱۲

۲۷۲. مجموع مربعات ۱۲ داده‌های آماری ۳۰۰ و انحراف معیار آن صفر است، نما در این داده‌ها کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۶ (۳) ۵ (۴) ۴

۲۷۳. اگر $f(x) = x + \sqrt{x}$ ، مقدار $f\left(2\frac{1}{4}\right)$ کدام است؟

- (۱) $2/75$ (۲) $3/25$ (۳) $3/5$ (۴) $3/75$

۲۷۴. جواب بزرگ‌تر معادله $8x^2 + 21x - 9 = 0$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) 8 (۳) $\frac{9}{8}$ (۴) $\frac{3}{8}$

۲۷۵. جواب‌های کدام معادله به صورت $\{7 - 2\sqrt{2}, 7 + 2\sqrt{2}\}$ است؟

- (۱) $x^2 - 14x + 41 = 0$ (۲) $x^2 + 14x + 41 = 0$
(۳) $x^2 - 7x + 21 = 0$ (۴) $x^2 + 7x - 3 = 0$

۲۷۶. با ارقام ۷، ۹، ۵، ۱، ۰ چند عدد پنج رقمی غیرقابل تکرار می‌توان نوشت؟

- (۱) ۸۱ (۲) ۹۲ (۳) ۹۶ (۴) ۱۲۰

۲۷۷. از ۱۲ دانش آموز با استعداد به چند طریق می‌توان یک گروه سه نفری انتخاب کرد؟

- (۱) ۲۴۰ (۲) ۲۲۰ (۳) ۲۱۰ (۴) ۱۸۰

۲۷۸. نقطه تلاقی دو خط به معادلات $2x+5y+4=0$ و $3x-4y=17$ کدام است؟

- (۱) $(-3, 2)$ (۲) $(2, -3)$ (۳) $(-2, 3)$ (۴) $(2, 3)$

۲۷۹. اگر $f(x) = \frac{2x-1}{x+2}$ مقدار $f(f(3))$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۲۸۰. فاصله نقطه $(-\frac{5}{2}, -4)$ از رأس سهمی به معادله $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x - 1$ کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{5}$ (۲) $2\sqrt{3}$ (۳) $3\sqrt{2}$ (۴) $3\sqrt{2}$

۲۸۱. اگر $A = \{1, 2, 2, 3, 5\}$ و $B = \{2, 5, 7\}$ مجموعه $A - B$ چند زیر مجموعه دارد؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

۲۸۲. اگر $A = 0/24848.....$ حاصل $\sqrt{11A + 1/3}$ کدام است؟

- (۱) $1/5$ (۲) ۲ (۳) $2/5$ (۴) ۳

۲۸۳. بزرگ‌ترین مقسوم علیه مشترک $(x^2 + x - 2)^2$ و $(x^3 - 3x^2 + 3x - 1)$ کدام است؟

- (۱) $x^2 - 2x + 1$ (۲) $x^2 + 2x - 1$ (۳) $x + 1$ (۴) $x - 1$

۲۸۴. اگر $f(x) = x + \sqrt{x}$ مقدار $f(2\frac{1}{4})$ کدام است؟

- (۱) $2/75$ (۲) $3/25$ (۳) $3/5$ (۴) $3/75$

۲۸۵. جواب بزرگ‌تر معادله $8x^2 + 21x - 9 = 0$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) ۸ (۳) $\frac{9}{8}$ (۴) $\frac{3}{8}$

۲۸۶. جواب‌های کدام معادله به صورت $\{7 - 2\sqrt{2}, 7 + 2\sqrt{2}\}$ است؟

- (۱) $x^2 - 14x + 41 = 0$ (۲) $x^2 + 14x + 41 = 0$ (۳) $x^2 - 7x + 21 = 0$ (۴) $x^2 + 7x - 3 = 0$

۲۸۷. با ارقام ۷، ۹، ۵، ۱، ۰ چند عدد پنج رقمی غیرقابل تکرار می‌توان نوشت؟

- (۱) ۸۱ (۲) ۹۲ (۳) ۹۶ (۴) ۱۲۰

۲۸۸. از ۱۲ دانش‌آموز با استعداد به چند طریق می‌توان یک گروه سه نفری انتخاب کرد؟

- (۱) ۲۴۰ (۲) ۲۲۰ (۳) ۲۱۰ (۴) ۱۸۰

۲۸۹. در دنباله اعداد $1 - \sqrt{2} + 2 - 2\sqrt{2} + \dots$ جمله یازدهم کدام است؟

- (۱) ۳۲ (۲) ۱۶ (۳) -۱۶ (۴) -۳۲

۲۹۰. اگر $x = \log_5 \sqrt{125}$ آنگاه لگاریتم $(2x + 1)$ در پایه ۲ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) $\frac{5}{2}$ (۳) ۲ (۴) $\frac{3}{2}$

۲۹۱. بیشترین مقدار تابع $f(x) = -2x^2 + 4x + 7$ کدام است؟

- (۱) ۱۱ (۲) ۱۰ (۳) ۹ (۴) ۸

۲۹۲. حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin \pi x}{1 - \sqrt{x}}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{\pi}{2}$ (۲) -2π (۳) $\frac{\pi}{2}$ (۴) 2π

۲۹۳. حد عبارت $\frac{x^3 + ax^2 + 5}{3x^2 + 4x - 4}$ وقتی $x \rightarrow -2$ یک عدد حقیقی متناهی است حد آن وقتی $x \rightarrow -2$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۹۴. مشتق عبارت $\sqrt[3]{\frac{3x-1}{x-2}}$ به ازای $x = 3$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{5}{12}$ (۲) $-\frac{5}{6}$ (۳) $-\frac{2}{3}$ (۴) $-\frac{3}{2}$

۲۹۵. اندازه مشتق عبارت $\sin^2 x - \cos^2 x$ به ازای $x = 180^\circ$ چقدر است؟

- (۱) -1 (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۱

۲۹۶. اگر $\frac{1+\tan x}{1-\tan x} \tan \alpha$ ، کمان‌های x چگونه‌اند؟

- (۱) $x = K\pi + \frac{\pi}{4} - \alpha$ (۲) $x = K\pi - \frac{\pi}{4} - \alpha$
(۳) $x = K\pi - \frac{\pi}{4} + \alpha$ (۴) $x = K\pi + \frac{\pi}{4} + \alpha$

۲۹۷. در پرتاب دو تاس با هم کدام احتمال مجموع دو عدد رو شده برابر ۹ است؟

- (۱) $\frac{1}{9}$ (۲) $\frac{1}{8}$ (۳) $\frac{1}{6}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۲۹۸. در یک کلاس ۳۰ نفری، ۲۲ نفر علاقه‌مند به فوتبال و ۱۸ نفر علاقه‌مند به والیبال‌اند، یک فرد به تصادف

انتخاب می‌شود، با کدام احتمال این فرد به هر دو ورزش علاقه دارد؟

- (۱) $\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{1}{5}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{3}$

پاسخنامه تشریحی

۱. (۱)

$$x^2 + 1 > 0 \quad D = R \quad y = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} \Rightarrow x = \pm \frac{y}{\sqrt{1 - y^2}}$$

$$1 - y^2 > 0 \Rightarrow -1 < y < 1$$

۲. (۳)

$$y = \frac{2x + 3}{x - 1} \Rightarrow x = \frac{y + 3}{y - 2} \Rightarrow f^{-1}(x) = y = \frac{x + 3}{x - 2}$$

۳. (۴)

۴. (۲)

$$y' = \frac{\sin x}{\cos x} = -\tan x$$

۵. (۴)

$$y' = -3x^2 + 2ax \quad \max\left(\frac{2a}{3}, 4\right) \quad 4 = -\frac{8a^3}{27} + \frac{4a^3}{9} \Rightarrow a = 3$$

۶. (۲)

$$\int \frac{\sqrt{x}}{x} dx + \int \frac{1}{x} dx = \int x^{-\frac{1}{2}} dx + \int \frac{1}{x} dx = 2\sqrt{x} + \ln x + c$$

۷. (۴)

$$\text{حاصلضرب} = \begin{vmatrix} 10 & 1 \\ 3 & -3 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 10 & 1 \\ 3 & -3 \end{vmatrix} = -30 - 3 = -33$$

۸. (۱)

$$P = R - C = 100x - x^2 - 20x - 700 = -x^2 + 80x - 700 \quad x_{\max} = 40$$

$$p = -(40)^2 + 80(40) - 700 = 900$$

۹. (۲)

$$\frac{5}{9}x - \frac{x}{2} = 3 \Rightarrow x = 54$$

۱۰. (۳)

$$\sqrt[4]{4} = \sqrt[4]{22} = \sqrt{2} \quad \frac{2 - \sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1} \times \sqrt{2} = \frac{2\sqrt{2} - 2}{\sqrt{2} - 1} = \frac{2(\sqrt{2} - 1)}{\sqrt{2} - 1} = 2$$

۱۱. (۱)

$$0/18 \times 150 = 270$$

۱۲. (۳)

$$A - B = \{2, 5, 9\} \quad B - A = \{1, 4, 6\}$$

۱۳. (۳)

۱۴. عدد ۳۲ بر اعداد ۱، ۲، ۴، ۸، ۱۶ و ۳۲ تقسیم پذیر است که جمع آن ها ۶۳ می شود و درگزینه ها وجود ندارد.

۱۵. (۱)

$$\frac{3}{\sqrt[4]{33}} \times \frac{\sqrt[4]{3}}{\sqrt[4]{3}} = \frac{3\sqrt[4]{3}}{3} = \sqrt[4]{3}$$

۱۶. (۴)

$$2x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \quad P = 8x^3 - 4x^2 + 6x$$

$$R = P\left(\frac{1}{2}\right) = 8\left(\frac{1}{2}\right)^3 - 4\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 6\left(\frac{1}{2}\right) = 3$$

۱۷. (۲)

$$\frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 1} \times \frac{x^2 - x}{x - 2} = \frac{(x+1)(x-2)}{(x-1)(x+1)} \times \frac{x(x-1)}{x-2} = x$$

۱۸. (۱)

۱۹. (۲)

$$a_{10} = \frac{2(10)+1}{10^2-1} = \frac{21}{99} = \frac{7}{33}$$

۲۰. (۴)

$$\frac{1}{x'} + \frac{1}{x''} = \frac{x' + x''}{x'x''} = \frac{-b/a}{c/a} = \frac{-5/3}{-2/3} = \frac{5}{2}$$

۲۱. (۲)

$$x^4 - 2x^2 + 1 = (x-1)(x^3 + x^2 - x - 1) = (x-1)^2(x^2 + 2x + 1) = (x-1)^2(x+1)^2$$

$$x(x+ax-1)+1 = x^3 + ax^2 - x + 1 = (x-1)^2(x+1) = x^3 - x^2 - x + 1 \Rightarrow a = -1$$

$$x^3 + x^2 - x - 1 = (x-1)(x^2 + 2x + 1) = (x-1)(x+1)^2$$

$$2(3/5) - 1 = 6 \quad (۲) \quad ۲۲$$

$$\frac{36}{150} \times 100 = 24 \quad (۲) \quad ۲۳$$

۲۴. سؤال مشخص نمی باشد اگر منظور زاویه داخل مثلث باشد همه جواب ها درست است.

۲۵. (۱)

$$x^2 + 4y^2 - 4y + 1 = 0 \Rightarrow x^2 + (2y-1)^2 = 0 \quad x = 0 \quad 2y-1 = 0 \Rightarrow y = \frac{1}{2}$$

$$x+y = \frac{1}{2}$$

۲۶. (۱)

$$\frac{1 + \sqrt{3} + \frac{2}{1-\sqrt{3}}}{2} = \frac{\frac{1-3+2}{1-\sqrt{3}}}{2} = 0$$

۲۷. (۴)

$$f(x)=f(x') \Rightarrow \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} = \frac{x'}{\sqrt{1+x'^2}} \Rightarrow \frac{x^2}{1+x^2} = \frac{x'^2}{1+x'^2} \Rightarrow x^2 + x^2x' = x'^2 + x^2x'^2 \Rightarrow x^2 = x'^2 \Rightarrow x = \pm x'$$

(۴) ۲۸

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{5+x^2}} \quad -\frac{2}{3} = \frac{x}{\sqrt{5+x^2}} \Rightarrow \frac{4}{9} = \frac{x^2}{5+x^2} \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow f^{-1}\left(-\frac{2}{3}\right) = 2$$

$$f(2\sqrt{5}) = \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{5+2}} = \frac{2\sqrt{5}}{5} \quad f^{-1}\left(-\frac{2}{3}\right) + \sqrt{5}f(2\sqrt{5}) = 2 + \sqrt{5} \times \frac{2\sqrt{5}}{5} = 2 + 2 = 4$$

(۴) ۲۹

$$\begin{cases} 2x + 3y = 11 \\ y - 3x = 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{حل دستگاه}} x = 1, y = 3 \Rightarrow (1, 3) \quad \text{راس دیگر}$$

$$\text{وسط دو راس } A \begin{cases} \frac{7+1}{2} = 4 \\ \frac{3+3}{2} = 3 \end{cases} \quad oA = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5$$

(۱) ۳۰

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n(n+1)} - n) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(n+1) - n^2}{\sqrt{n(n+1)} + n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n^2 + n} + n} = 1$$

(۲) ۳۱

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \frac{x}{x} [0^+] = 0 \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \frac{x}{-x} [0^-] = -1 \times -1 = 1 \quad \text{تابع پیوسته نیست}$$

$$f'(\theta) = a$$

(۱) ۳۲

$$f^{(10)}(x) = 2^{10} (5 \cos 2x - x \sin 2x) = 2^{10} \left(5 \cos \pi - \frac{\pi}{2} \sin \pi \right) = -5 \times 2^9$$

(۱) ۳۳

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial f}{\partial z} \times \frac{\partial z}{\partial y} \Rightarrow \frac{2}{2y-z} + x^2 = \left(x e^{3x+z} - \frac{1}{2y-z} \right) \times \frac{\partial z}{\partial y}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{4-3} + (-1)^2 = \left(-1 \times e^{-3+3} - \frac{1}{4-3} \right) \frac{\partial z}{\partial y} \Rightarrow \frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{3}{2}$$

۳۴. پاسخ در بین گزینه‌ها نیست، زیرا:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = x \times \frac{1 \times x - 0 \times y}{1 + \frac{y^2}{x^2}} = \frac{x^2}{x^2 + y^2} = \frac{r^2 \cos^2 \theta}{r^2} = \cos^2 \theta$$

(۳) ۳۵

(۱) ۳۶

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+n} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right) = \left(1 - \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) + \dots + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right) = 1 - \frac{1}{n+1} = s_n$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{n+1} \right) = 1$$

(۴) ۳۷

$$\sqrt{x} = t \Rightarrow \frac{1}{2\sqrt{x}} dx = dt \quad \int_0^{\frac{\pi^2}{4}} \sin \sqrt{x} dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} t \sin t dt = -t \cos t + \int \cos t dt = -t \cos t + \sin t \Big|_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= \frac{\pi}{2} \cos \frac{\pi}{2} + \sin \frac{\pi}{2} - \sin 0 = 1$$

(۱) ۳۸

$$f'(x) = \frac{\frac{1(1-2ax)+2a(x+2a)}{(1-2ax)^2}}{1 + \left(\frac{x+2a}{1-2ax}\right)} = \frac{1+4a^2}{1+4a^2x^2+x^2+4a^2} = \frac{1+4a^2}{(1+4a^2)(1+x^2)} = \frac{1}{1+x^2}$$

(۱) .۳۹

$$y = (e^{-x} + \sin x)^{\frac{1}{x}} \Rightarrow \ln y = \frac{1}{x} \ln(e^{-x} + \sin x) = \frac{\ln(e^{-x} + \sin x)}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \ln y = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(e^{-x} + \sin x)}{x} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{L'Hôpital}} \lim_{x \rightarrow 0} \ln y = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-e^{-x} + \cos x}{e^{-x} + \sin x} = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \ln y = \ln(\lim_{x \rightarrow 0} y) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} y = e^0 = 1$$

(۳) .۴۰

$$\sqrt{2x+5} = y \Rightarrow x = \frac{y^2-5}{2} \quad x=2 \Rightarrow y=3$$

$$\frac{x-2}{x+1} = \frac{\frac{y^2-5}{2}-2}{\frac{y^2-5}{2}+1} = \frac{y^2-9}{y^2-3} = f(y) \quad f'(y) = \frac{12y}{(y^2-3)^2} \Rightarrow f'(3) = 1$$

(۳) .۴۱

(۳) .۴۲

$$\frac{3}{7} \times \frac{2}{6} + \frac{4}{7} \times \frac{3}{6} = \frac{3}{7}$$

(۴) .۴۳

$$\bar{x} = \frac{1 \times 1 + 2 \times 2 + 3 \times 9 + 4 \times 4}{16} = 3$$

$$\sigma^2 = \frac{1(1-3)^2 + 2(2-3)^2 + 9(3-3)^2 + 4(4-3)^2}{16} = \frac{4+2+4}{16} = \frac{10}{16} = \frac{5}{8}$$

(۲) .۴۴

$$24 = \frac{F_i}{100} \times 360 \Rightarrow F_i = 6/7$$

(۳) .۴۵

$$\binom{6}{2} = \frac{6!}{(6-2)!2!} = \frac{4! \times 5 \times 6}{4! \times 2} = 15$$

(۱) .۴۶

$$A = \{ (5,6)(6,5)(6,6) \} \quad P(A) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

(۱) .۴۷

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} \times \frac{dt}{dx} = \frac{dy}{dt} \times \frac{1}{\frac{dx}{dt}} = (3t^2 - 3) \times \frac{1}{2t+1} = \frac{3t^2-3}{2t+1}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{6t(2t+1) - 2(3t^2-3)}{(2t+1)^2} \times \frac{1}{2t+1} \xrightarrow{t=1} \frac{d^2x}{dx^2} = \frac{2}{3}$$

(۱) .۴۸

$$f'(x) = 2x \times \ln(x-2) + \frac{x^2}{x-2} \quad m = 2 \times \ln(3-2) + \frac{3^2}{3-2} = 9$$

$$y = 3^2 \times \ln(3-2) = 9 \times 0 = 0 \quad (3,0)$$

$$y - 0 = 9(x - 3) \Rightarrow y = 9x - 27 \xrightarrow{x=0} y = -27 \quad (1) \quad 49$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\frac{n(n+1)}{2}}{n+4} - \frac{n}{2} \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n(n+1)}{2n+8} - \frac{n}{2} \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{-3n}{2n+8} \right) = -\frac{3}{2} \quad (2) \quad 50$$

$$\lim \left(\frac{2-h}{2} \right)^{\frac{1}{h}} = \lim \left(1 - \frac{h}{2} \right)^{\frac{1}{h}} = \left[\left[1 + \left(-\frac{h}{2} \right) \right]^{-\frac{2}{h}} \right]^{-\frac{1}{2}} = e^{-\frac{1}{2}} \quad \ln e^{-\frac{1}{2}} = -\frac{1}{2} \quad (2) \quad 51$$

$$\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} = \sqrt{\frac{9}{100} + \frac{4}{25}} = \sqrt{\frac{25}{100}} = 0.5 \quad (3) \quad 52$$

$$E(x) = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} x e^{-\frac{x}{2}} dx = -x e^{-\frac{x}{2}} - 2 e^{-\frac{x}{2}} \Big|_0^{\infty} = 2 \quad (4) \quad 53$$

$$7! \times \frac{(0/5)^2 \times (0/3)^2 \times (0/2)^3}{2! \times 2! \times 3!} = 0/378 \quad (2) \quad 54$$

$$\begin{aligned} E(x) &= 0(0/3) + 1(0/5) + 2(0/2) = 0/9 \quad E(y) = 1(0/3) + 3(0/7) = 2/4 \\ E(xy) &= (0 \times 0 \times 1) + (1 \times 0/1 \times 1) + (2 \times 0/2 \times 1) + (0 \times 0/3 \times 3) + (1 \times 0/4 \times 3) + \\ &\quad (2 \times 0 \times 3) = 1/7 \\ \text{Cov}(x,y) &= E(xy) - E(x)E(y) = 1/7 - (0/9 \times 2/4) = 1/7 - 2/18 = -0/48 \end{aligned} \quad (2) \quad 55$$

$$\mu = np = 2 \times \frac{8}{12} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3} \quad (4) \quad 56$$

$$\begin{aligned} x=9 &\Rightarrow y=4 \quad y=\sqrt{x}+1 \Rightarrow (y-1)^2=x \\ f(x) &= \begin{cases} (x-1)^2, & x \geq 4 \\ x+4, & x < 4 \end{cases} \quad f^{-1}(6) = (6-1)^2 = 25 \end{aligned} \quad (2) \quad 57$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y-2x}{x} \Rightarrow \text{شیب قائم } m' = \infty \quad \text{خط قائم موازی محور } y \text{ ها } m = -\frac{2-2}{1} = 0 \Rightarrow \text{شیب مماس} \quad (4) \quad 58$$

$$\begin{aligned} y' &= (2-4x)e^{2x-2x^2} \Rightarrow y'' = e^{2x-2x^2}(-4+(2-4x)^2) = 0 \\ &\Rightarrow -4+4-16x+16x^2 = 0 \Rightarrow 16x^2-16x = 0 \Rightarrow x = 0, 1 \end{aligned}$$

(٢) ٥٩

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{-\cos(x+y)}{1-\cos(x+y)} \Rightarrow \frac{\cos \pi}{1-\cos \pi} = \frac{-1}{2}$$

(٢) ٦٠

$$(6x+4)f'(3x^2+4x) = 1 + \frac{1}{2\sqrt{x+1}} \xrightarrow{x=0} 4f'(0) = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

(٢) ٦١

$$D\left(g/f\right) = \{x \notin D_f \wedge D_g | f(x) \neq 0\} = \{x \geq 0 | x \neq \pm 1\} = [0, +\infty) - \{1\}$$

(٢) ٦٢

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{y}{3y^2+x} \quad m = -\frac{1}{3(1)+0} = -\frac{1}{3}$$

$$y-1 = -\frac{1}{3}(x-0) \Rightarrow y = -\frac{1}{3}x + 1$$

(٣) ٦٣

$$\int_{-1}^1 e^{\frac{x}{2}} dx = 2e^{\frac{x}{2}} \Big|_{-1}^1 = 2e^{\frac{1}{2}} - 2e^{-\frac{1}{2}} = 2\left(2e^{\frac{1}{2}} - 2e^{-\frac{1}{2}}\right) = 2\left(\sqrt{e} - \frac{1}{\sqrt{e}}\right)$$

(٣) ٦٤

$$1(2k^2) - 0(1) + 1(0 - 2k) = 0 \Rightarrow 2k^2 - 2k = 0 \Rightarrow k = 0, 1$$

(٢) ٦٥

$$f(\lambda x, \lambda y, \lambda z) = \lambda^3 x^3 + 3\lambda^3 y^2 z - \lambda^3 y z x = \lambda^3 f(x, y, z)$$

$$x \frac{\delta f}{\delta x} + y \frac{\delta f}{\delta y} + z \frac{\delta f}{\delta z} = 3$$

(٣) ٦٦

$$P(x=2) = \binom{5}{2} \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^{5-2} = \binom{5}{2} \left(\frac{1}{4}\right) \left(\frac{1}{8}\right) = \frac{10}{32} = \frac{5}{16}$$

(١) ٦٧

$$\text{Cov}(2x, 3y) = 12 \Rightarrow \text{cov}(x, y) = 2$$

$$\sigma_x = \sqrt{2} \quad \text{var}(3y) = 18 \Rightarrow \text{var}(y) = \frac{18}{9} = 2 \quad \sigma_y = \sqrt{2}$$

$$f_{x,y} = \frac{\text{cov}(x,y)}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{2}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = 1$$

(٢) ٦٨

$$P(B) = \frac{3}{5} \quad P(A) = \frac{2}{3} \quad P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{5}{9} = \frac{P(A \cap B)}{\frac{3}{5}}$$

$$P(A \cap B) = \frac{3}{5} \times \frac{5}{9} = \frac{1}{3}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{2}{3} + \frac{3}{5} - \frac{1}{3} = \frac{14}{15}$$

(٣) ٤٩

$$A = 0.252252 \dots = \frac{252}{999}$$

$$\frac{7}{A} = \frac{7 \times 999}{252} = 27/75$$

(٤) ٧٠

$$9^{x+2} = 3^x \times 81^3 \rightarrow 3^{2x+4} = 3^x \times 3^{12} = 3^x \times 3^{12} \rightarrow 2x+4 = 12+x \rightarrow x = 8$$

(١) ٧١

$$\text{معادله خط} \rightarrow y - 0 = \frac{3-0}{1+2}(x+2) \rightarrow y - x - 2 = 0$$

$$d = \frac{|-2|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

(٢) ٧٢

$$\frac{(1-\sqrt{2})^3}{2+\sqrt{2}} + \frac{7}{\sqrt{2}} = \frac{3-2\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}} + \frac{7\sqrt{2}}{2} = \frac{(3-2\sqrt{2})(2-\sqrt{2})}{4-2} + \frac{7\sqrt{2}}{2} = \frac{10-7\sqrt{2}}{2} + \frac{7\sqrt{2}}{2} = 5$$

(٤) ٧٣

$$\frac{2-x}{2x-1} - x > 0 \rightarrow \frac{2-2x^2}{2x-1} > 0$$

x	-∞	-1	$\frac{1}{2}$	1
$\frac{2-2x^2}{2x-1}$	+	-	+	-
	جواب		جواب	

(٢) ٧٤

$$M \begin{cases} \frac{-3+1}{2} = -1 = \alpha \\ \frac{4+0}{2} = 2 = \beta \end{cases} \quad \begin{cases} X = x - \alpha = 4 - (-1) = 5 \\ Y = y - \beta = 2 - 2 = 0 \end{cases}$$

(٤) ٧٥

$$A+B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \quad (A+B)^2 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 4 \\ 12 & 7 \end{bmatrix}$$

(١) ٧٦

$$\log_4 2\sqrt{2} = x \rightarrow 4^x = 2\sqrt{2} \rightarrow 2^{2x} = 2^{\frac{3}{2}} \rightarrow x = \frac{3}{4}$$

$$\log_2 1 - x = \log_2 1 - \frac{3}{4} = \log_2 \frac{1}{4} = -\log_2 4 = -2$$

(٤) ٧٧

$$\sin x + \frac{\sin \frac{\pi}{3}}{\cos \frac{\pi}{3}} \cos x = \frac{\sin x \cos \frac{\pi}{3} + \sin \frac{\pi}{3} \cos x}{\cos \frac{\pi}{3}} = 2 \sin(x + \frac{\pi}{3})$$

(٣) ٧٨

$$\begin{cases} 2\alpha + 3\beta = 1 \\ \alpha + 5\beta = -3 \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} \beta = -1 \\ \alpha = 2 \end{matrix} \quad \alpha + \beta = -1 + 2 = 1$$

(۴) ۷۹

$$\frac{C(5,1) \times C(3,1)}{C(8,2)} = \frac{15}{28}$$

(۲) ۸۰

$$\frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{4}{2\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{3} = \sqrt{2} \xrightarrow{\text{دو مثلث متشابهند}} \frac{s_1}{s_2} = (\sqrt{2})^2 = 2$$

(۳) ۸۱

$$R = 96 - 25 = 71 \quad C = \frac{71}{9} = 7/8 \cong 8$$

(۳) ۸۲

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{11+11+12+13+15+10}{6} = 12 \\ \sigma^2 &= \frac{2(11-12)^2 + (12-12)^2 + (13-12)^2 + (15-12)^2 + (10-12)^2}{6} \\ &= \frac{1+1+0+1+9+4}{6} = \frac{16}{6} = 2/66 \end{aligned}$$

(۱) ۸۳

$$f(g(x)) = f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{\frac{1}{x^2}}{1 + \frac{1}{x^2}} = \frac{1}{x^2 + 1}$$

(۳) ۸۴

$$\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x + \sqrt{4-3x}}{4+x} \xrightarrow[\text{هوپیٹال}]{H} \lim 1 + \frac{-3}{2\sqrt{4-3x}} = -\frac{2\sqrt{4-3x}-3}{2\sqrt{4-3x}} = \frac{5}{8}$$

(۲) ۸۵

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) \rightarrow 4 + 3 = 2a - 4 \rightarrow a = \frac{11}{2}$$

(۱) ۸۶

$$f'(x) = \frac{2(x+1) - 1(2x-1)}{(x+1)^2} = \frac{3}{(x+1)^2} \quad f'(2) = \frac{3}{(2+1)^2} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

(۲) ۸۷

$$\begin{aligned} y = \cos 2x \sin x &= \frac{1}{2} [\sin 3x - \sin x] \rightarrow y' = \frac{1}{2} [3\cos 3x - \cos x] \\ \frac{1}{2} [3\cos \pi - \cos \frac{\pi}{3}] &= \frac{1}{2} \left[-3 - \frac{1}{2}\right] = -\frac{5}{4} \end{aligned}$$

$$y = (-1)^2 - 2(-1) = 3 \quad (-1, 3)$$

(۲) ۸۸

$$y' = 2x - 2 = 2(-1) - 2 = -4 \rightarrow y - 3 = -4(x + 1) \rightarrow y = -4x - 1$$

$$y + 4x + 1 = 0 \quad \text{شیب مماس}$$

(۴) .۸۹

(۴) .۹۰

$$A \cup (B \cap A') = (A \cup B) \cap (A \cup A') = A \cup B$$

(۱) .۹۱

$$(-x^{-1})^{-1} = \frac{1}{-x^{-1}} = -x \xrightarrow{\text{قرینه}} x$$

(۳) .۹۲

$$36 = 2^2 \times 3^2 \quad \text{م. م. ک} = 2^3 \times 3^2 = 72 \\ 24 = 2^3 \times 3 \quad \text{م. م. ب} = 2^2 \times 3 = 12 \Rightarrow 72 - 12 = 60$$

(۴) .۹۳

$$\frac{x-2}{11} = \frac{72}{99} \Rightarrow x-2 = 8 \Rightarrow x = 10$$

(۳) .۹۴

$$A = x^2 + 2x, \quad B = x^2 + 2x - 8 \\ A - B = x^2 + 2x - x^2 - 2x + 8 = 8$$

(۲) .۹۵

(۱) .۹۶

$$x+1=0 \Rightarrow x=-1 \quad P(-1) = (-1)^2 - 1 - 2(-1) - 2 = 0$$

(۳) .۹۷

$$\frac{a^2 - b^2}{ab - b^2} - \frac{ab - b^2}{b^2} = \frac{(a-b)(a+b)}{b(a-b)} - \frac{b(a-b)}{b^2} = \frac{a+b}{b} - \frac{a-b}{b} = 2$$

(۱) .۹۸

$$d = \frac{|3(1) + 4(2) - 5|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{|3 + 8 - 5|}{5} = \frac{6}{5}$$

(۳) .۹۹

$$m = -\frac{-4}{2} = 2 \quad y - 3 = 2(x + 2) \Rightarrow y = 2x + 7 \quad \text{شیب خط}$$

(۲) .۱۰۰

$$\frac{1}{\sqrt{2}-1} \times \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1} = \frac{\sqrt{2}+1}{2-1} = \sqrt{2}+1$$

(۲) .۱۰۱

$$\frac{3}{2\sqrt[6]{24}} = \frac{3}{2\sqrt[3]{22}} \times \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}} = \frac{3\sqrt[3]{2}}{4}$$

(۴) .۱۰۲

$$\frac{3x+4}{2} - x = 5 \Rightarrow 3x+4-2x=10 \Rightarrow x=6$$

(۳) .۱۰۳

$$\begin{cases} 10x+25y=400 \\ x+y=25 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} x=15 \\ y=10 \end{matrix}$$

(۳) .۱۰۴

$$4(3x-2)-6(x-2)<24 \Rightarrow 12x-8-6x+12<24 \Rightarrow 6x+4<24 \\ 6x<20 \Rightarrow x<\frac{20}{6}=\frac{10}{3}$$

(۴) .۱۰۵

(۴) .۱۰۶

(۴) .۱۰۷

(۱) .۱۰۸

$$x-1=y \Rightarrow x=y+1 ; f(y)=(y+1)^2-3(y+1) \\ f(-2)=(-2+1)^2-3(-2+1)=1+3=4$$

(۲) .۱۰۹

$$x^2-7x-8=0 \Rightarrow (x+1)(x-8)=0 \Rightarrow x=8$$

(۴) .۱۱۰

(۳) .۱۱۱

$$t_7=20, t_{15}=30 \quad t_{15}-t_7=(15-7)d \Rightarrow 30-20=8d \\ \Rightarrow d=\frac{10}{8}=\frac{5}{4}$$

(۳) .۱۱۲

$$r=\frac{-6}{4}=-\frac{3}{2} \quad t_5=ar^4=4 \times \left(-\frac{3}{2}\right)^4=4 \times \frac{81}{16}=\frac{81}{4}$$

(۲) .۱۱۳

$$\log 6x^3 = \log 48 \Rightarrow 6x^3 = 48 \Rightarrow x^3 = 8 \Rightarrow x = 2$$

(۳) .۱۱۴

$$Tc = TR \Rightarrow 16 \times 3^x = 6x$$

$$16 = \left(\frac{6}{3}\right)^x \Rightarrow 16 = 2^x \Rightarrow x = 4$$

۱۱۵. (۲) از آزمون مشتق دوم استفاده می کنیم

$$y = x^3 - 3x \quad y' = 3x^2 - 3 = 0 \Rightarrow x = \pm 1$$

$$y'' = 6x \quad \begin{cases} x = +1 & y'' \geq 0 \quad \text{است } Min x = 1 \\ x = -1 & y'' < 0 \quad \text{است } Max x = -1 \end{cases}$$

(۱) .۱۱۶

$$\left. \begin{aligned} z'_x &= \frac{1}{y} - \frac{y}{x^2} + \frac{\frac{1}{y}}{\frac{x}{y}} = \frac{1}{y} - \frac{y}{x^2} = \frac{1}{x} \\ z'_y &= -\frac{x}{y^2} + \frac{1}{x} + \frac{-\frac{x}{y^2}}{\frac{x}{y}} = -\frac{x}{y^2} + \frac{1}{x} - \frac{1}{y} \end{aligned} \right\} \Rightarrow xz'_x + yz'_y = \frac{x}{y} - \frac{y}{x} + 1 - \frac{x}{y} + \frac{y}{x} - 1 = 0$$

(ف) .۱۱۷

$$\begin{aligned} z'_x &= \frac{2(x+2y)-2x-y+1}{(x+2y)^2} = 0 \Rightarrow \frac{2x+4y-2x-y+1}{(x+2y)^2} = 0 \Rightarrow 3y+1=0 \Rightarrow y = -\frac{1}{3} \\ z'_y &= \frac{(x+2y)-2(2x+y-1)}{(x+2y)^2} = 0 \Rightarrow \frac{x+2y-4x-2y+2}{(x+2y)^2} = 0 \Rightarrow -3x+2=0 \Rightarrow y = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

(ز) .۱۱۸

$$F = x^2 + y^2 - \lambda(x + 2y - 5) \Rightarrow \begin{cases} f'_x = 2x - \lambda = 0 \Rightarrow x = \frac{\lambda}{2} \\ f'_y = 2y - 2\lambda = 0 \Rightarrow y = \lambda \\ f'_\lambda = -x - 2y + 5 = 0 \Rightarrow -\frac{\lambda}{2} - 2\lambda = -5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{-\lambda - 4\lambda}{2} = -5 \Rightarrow -5\lambda = -10 \Rightarrow \lambda = \frac{10}{5} = 2$$

(ز) .۱۱۹

$$\int_1^2 \frac{2 \ln x}{x} dx = \int 2u du = \frac{2u^2}{2} = (\ln x)^2 \Big|_1^2 = (\ln 2)^2 - (\ln 1)^2 \rightarrow \ln x = u \rightarrow \frac{dx}{x} = du$$

(ز) .۱۲۰

$$I(x) = \int e^{\sqrt{x}} dx \quad I(x) = \int I'(x) dx \Rightarrow I'(x) = e^{\sqrt{x}} \quad I'(1) - I(0) = e^1 - e^0 = e - 1$$

(ز) .۱۲۱

$$\begin{aligned} s^2 &= \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1} \quad s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} \quad \bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{60}{10} = 6 \\ s^2 &= \frac{\sum x_i^2 - n\bar{x}^2}{n} = \frac{400 - 10 \times 36}{10} = \frac{40}{10} = 4 \\ CV &= \frac{4}{6} = 0/66 \end{aligned}$$

(ف) .۱۲۲

$$P(x=3) = \left[\begin{matrix} 5 \\ 3 \end{matrix} \right] \left(\frac{1}{4} \right)^3 \left(\frac{3}{4} \right)^2 = 0/879$$

(ز) .۱۲۳

$$F(m) = \frac{1}{2} \quad m \text{ میانه است} \quad F(m) = \int_{3/4}^m dx = x \Big|_{3/4}^m = m - 3/4$$

$$F(m) = \frac{1}{2} \rightarrow m - 3/4 = \frac{1}{2} \rightarrow m = 3/4 + 0/5 = 3/9$$

۱۲۴. (۳) در اینجا آماردان بر این باور است که میانگین جامعه کمتر یا مساوی ۱۰ است پس باور خود را در H_0 قرار می‌دهد به امید آنکه بتواند آنرا رد کند.

۱۲۵. (۳)

$$P(x, y) = \frac{Cov(x, y)}{\sqrt{Var(x)}\sqrt{Var(y)}} = \frac{5}{5 \times 5} = \frac{1}{5} = 0.2$$

۱۲۶. (۴) اثر ماتریس برابر با مجموع مقادیر ویژه و اثر ماتریس نیز مجموع عناصری روی قطر اصلی است $2+5=7$

۱۲۷. (۳)

$$\begin{aligned} \frac{\partial z}{\partial r} &= \frac{\partial z}{\partial u} \cdot \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial z}{\partial v} \cdot \frac{\partial v}{\partial r} \\ &= (2u - 2v) \cos \theta \\ &\quad + (2v - 2u) \sin \theta = (2r \cos \theta - 2r \sin \theta) \cos \theta + (2r \sin \theta - 2r \cos \theta) \sin \theta \\ &= 2r \cos^2 \theta - 2r \sin \theta \cos \theta + 2r \sin^2 \theta - 2r \cos \theta \sin \theta \\ &= 2r(\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) - r(\sin 2\theta + \sin 2\theta) = 2r - 4r \sin \theta \cos \theta \end{aligned}$$

۱۲۸. (۱)

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \Rightarrow 19 = 15 + 10 - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = 6$$

۱۲۹. (۱)

$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{a}{n}\right)^{\beta n} = e^{a\beta} \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{a}{n}\right)^{2n} = e^{2a} = e^{\frac{3}{2}} \rightarrow a = \frac{3}{4}$

۱۳۰. (۳) اگر x سپرده بانکی باشد در ماه اول $\frac{x - \frac{12}{100}(1/12)x}{x + \%12(1/12)x} = \frac{12}{108}$ و ماه دوم $\frac{x - \frac{12}{100}(1/12)x}{x + \%12x} = \frac{12}{108}$ و به همین ترتیب ادامه می‌دهیم.

۱۳۱. (۱)

$$\begin{aligned} x + 2y + kz &= 0 & 2x + y + (k+1)z &= 0 \\ x - y + z &= 0 & 2x + y - z &= 0 & k+1 &= -1 & k &= -2 \\ 2x + y - z &= 0 & 2x + y - 2z &= 0 \end{aligned}$$

یک معادله و ۳ مجهول بی نهایت جواب دارد

۱۳۲. (۲) پس در ۲۰ دقیقه به طور متوسط ۲ نفر وارد بانک می‌شود (توزیع پواسن)

نفر	دقیقه
۱	۱۰
$x = 2$	۲۰

$$P(a=2) = \frac{e^{-2}(2)^2}{2!} = 2e^{-2}$$

۱۳۳. (۳)

$$A_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sqrt{\frac{(2n+1)!}{n!}} = \frac{1}{n} \sqrt{\frac{n!(n+1)(n+2) + \dots (2n+1)}{n!}} = \sqrt{\frac{(n+1)(n+2) + \dots (2n+1)}{n^2}}$$

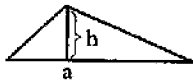
$$= \sqrt{\left(\frac{n+1}{n}\right)\left(\frac{n+2}{n}\right) \dots \left(\frac{2n+1}{n}\right)} = \sqrt{\left(1 + \frac{1}{n}\right)\left(1 + \frac{2}{n}\right) \dots \left(1 + \frac{n+1}{n}\right)}$$

$$\ln A_n = \frac{1}{n} \left[\ln\left(1 + \frac{1}{n}\right) + \ln\left(1 + \frac{2}{n}\right) + \dots + \ln\left(1 + \frac{n+1}{n}\right) \right] = \int_0^1 \ln(1+x) dx = \ln 4 - 1$$

$$A_n = e^{\ln 4} \times e^{-1} = \frac{4 \times 1}{e} = \frac{4}{e}$$

$$S = \frac{1}{2} ah \quad \text{مثلث}$$

۱۳۴. (۴)



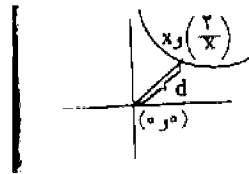
$$s = \frac{1}{2} (16 - h)h \quad \text{پس } a = 16 - h \quad \text{پس } a + h$$

از طرفی طبق صورت سؤال $= 16$

حال باید ماکزیمم تابع S را بدست آوریم. برای این کار:

$$s' = 8 - h = 0 \rightarrow h = 8 \rightarrow a = 8 \Rightarrow S = \frac{1}{2} \times 8 \times 8 = 32$$

۱۳۵. (۱)



$$d = \sqrt{x^2 + \left(\frac{2}{x}\right)^2} = \sqrt{x^2 + \frac{4}{x^2}}$$

برای یافتن کمترین فاصله کافی است مینیمم تابع زیر رادیکال یعنی $P(x) = x^2 + \frac{4}{x^2}$ را بیاوریم برای این کار

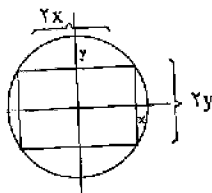
$$f'(x) = 2x - \frac{8}{x^3} = 0 \rightarrow 2x^4 = 8 \rightarrow x^4 = 4 \rightarrow x^4 = 2 \Rightarrow d = \sqrt{2 + \frac{4}{2}}$$

$$= \sqrt{2 + 2} = \sqrt{4} = 2$$

۱۳۶. (۲)

$$S = 2x. \quad 2y = 4xy$$

$$x^2 = 4 - y^2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 4 \quad \text{از طرفی}$$



$$S = 4\sqrt{4 - y^2}. \quad y$$

$$\Rightarrow S' = 4\sqrt{4 - y^2} - \frac{4y^2}{\sqrt{4 - y^2}} \rightarrow S' = 0 \rightarrow (\sqrt{4 - y^2})^2 = y^2$$

$$\rightarrow 4 - y^2 = y^2 \rightarrow 4 = 2y^2 \rightarrow y^2 = 2 \rightarrow y = \sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2} = x \Leftrightarrow 2 = x^2$$
 در نتیجه

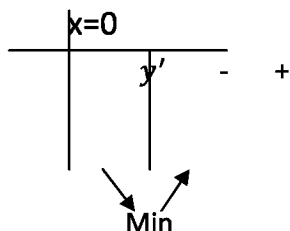
$$s = 4 \left(\sqrt{4 - (\sqrt{2})^2} \right) \sqrt{2} = 8$$

۱۳۷. (۳)

$$y = x^4 + 3x^2 + 1$$

$$\rightarrow y' = 4x^3 + 6x \rightarrow y' = 0 \rightarrow 4x^3 + 6x = 0 \rightarrow x(4x^2 + 6) = 0$$

از آن جا که $4x^2 + 6 \neq 0$ پس نقطه $x=0$ تابع y' را در $x=0$ تعیین علامت می کنیم و داریم:



پس تابع در $x=0$ فقط یک Min نسبی دارد.

۱۳۸. (۲)

$$2^{2x} \times 3^x \times 2^{5y} \times 3^2 = 2^5 \times 3^5 \Rightarrow 2^{2x+5y} \times 3^x - 2^5 \times 3^3 \Rightarrow x = 3$$

$$2x + 5y = 5 \xrightarrow{x=3} y = -\frac{1}{5}$$

۱۳۹. (۳)

$$2x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \Rightarrow R = 16 \left(\frac{1}{2} \right)^4 - 8 \left(\frac{1}{2} \right)^3 + 4 \left(\frac{1}{2} \right)^2 + 5 = 1 - 1 + 1 + 5 = 6$$

۱۴۰. (۱)

$$x^2 - 5xy - 6y^2 = (x - 6y)(x + 2y)$$

۱۴۱. (۲)

$$4x^2 - 12x + 9 = (2x - 3)^2$$

۱۴۲. (۳)

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{8}(1 + \sqrt{2}) - \sqrt{24}}{(1 + \sqrt{2})^2 - 3} + \sqrt{3} - 1 &= \frac{\sqrt{8} + 4 - 2\sqrt{6}}{2\sqrt{2}} + \sqrt{3} - 1 = \frac{\sqrt{2} + 2 - \sqrt{6}}{\sqrt{2}} + \sqrt{3} - 1 \\ &= \frac{2 + 2\sqrt{2} - \sqrt{12}}{2} + \sqrt{3} - 1 = 1 + \sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{3} - 1 = \sqrt{2} \end{aligned}$$

۱۴۳. (۲)

$$3(2) - 4(m - 1) = 10 \Rightarrow 6 - 4m + 4 = 10 \Rightarrow 10 - 4m = 10 \Rightarrow m = 0$$

۱۴۴. (۴) x و y مثبت در معادله صدق نمی کنند.

۱۴۵. (۴)

$$A' = \{2, 4, 6\} \quad B' = \{a, b, c\}$$

$$B \cap A' = \{2, 4, 6\} \quad A \cap B' = \{a, b, c\}$$

(۴) .۱۴۶

$$2(x + y) = 50 \Rightarrow x + y = 25 \Rightarrow x + x + 1 = 25 \Rightarrow x = 12, y = 13$$

$$S = xy = 12 \times 13 = 156$$

(۳) .۱۴۷

$$3/42 \times 3/42 + 0/0136 = 11/71$$

(۲) .۱۴۸

$$2\frac{2}{3} = \frac{8}{3} \quad \frac{8}{3} - \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{9}{3} = 3$$

(۲) .۱۴۹

$$\frac{(3 \times 0/4)^7}{(1/2)^5} = \frac{(1/2)^7}{(1/2)^5} = (1/2)^2 = 1/44$$

(۲) .۱۵۰

$$\begin{cases} 2x - 3y = 16 \\ 3x + y = 13 \end{cases} \Rightarrow x = 5$$

(۳) .۱۵۱

$$\frac{84 + 96 + 82/5 + 92 + 105 + 107/5}{2} = 94 \quad 5$$

(۴) .۱۵۲

(۳) .۱۵۳

$$4\left(\frac{9}{4}\right) - 12\left(-\frac{3}{2}\right) + 5 = 32$$

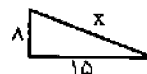
۱۵۴. (۴) ۷۷ به ۱۱ و ۸۷ به ۳ و ۹۷ به ۳ بخش پذیر هستند.

(۴) .۱۵۵

$$\frac{21}{18} \div \left(\frac{-10+9}{12}\right) = \frac{7}{6} \div -\frac{1}{12} = \frac{7}{6} \times -12 = -14 \xrightarrow{\text{قرینه آن}} 14$$

(۱) .۱۵۶

$$x^2 = 15^2 + 8^2 = 225 + 64 = 289 \Rightarrow x = 17$$



(۲) .۱۵۷

$$12 \times 5 = 60 \quad 60 \div 2 = 30$$

(۴) .۱۵۸

$$3i - 6j - 4i - 2j = -i - 8j \begin{bmatrix} -1 \\ -8 \end{bmatrix}$$

(۳) .۱۵۹

$$\binom{1}{1} \binom{7}{2} = 1 \times \frac{7!}{2! \times 5!} = 21$$

۱۶۰. (۱)

$$A \subset B \Rightarrow A \cap B = A$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= P(A) + P(B) - P(A) \Rightarrow P(A \cap B) = P(B) = \frac{1}{3}$$

X: تعداد بذر جوانه زده

۱۶۱. (۴)

$$X \sim \text{Bin}(3, 0/8)$$

$$P(X \geq 2) = 1 - P(X \leq 1)$$

$$= 1 - \sum_{x=0}^1 \binom{3}{x} (0/8)^x (0/2)^{3-x} = 1 - [(0/2)^3 + 3(0/8)(0/2)^2] = 0/896$$

۱۶۲. (۳)

تابع $f(x) = x^2 - 3|x|$ را می‌توان به فرم زیر نوشت:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x & , \quad x \geq 0 \\ x^2 + 3x & , \quad x < 0 \end{cases}$$

حال برای یافتن نقاط بحرانی باید:

$$f'(x) = 0 \rightarrow \begin{cases} 2x - 3 = 0 \rightarrow x = \frac{3}{2} \\ 2x + 3 = 0 \rightarrow x = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

حال از آنجا که $f'(x)$ در $x=0$ نیز موجود نیست پس سه نقطه $\frac{3}{2}$ و $-\frac{3}{2}$ و $x=0$ نقاط بحرانی تابع هستند.

۱۶۳. (۲)

$$\begin{aligned} \int \frac{(2x\sqrt{x} + \sqrt{x})^4}{x^2} dx &= \int \frac{(\sqrt{x}(2x+1))^4}{x^2} dx = \int \frac{x^2(2x+1)^4}{x^2} dx = \int (2x+1)^4 dx \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{1}{5} (2x+1)^5 = \frac{1}{10} (2x+1)^5 + c \end{aligned}$$

۱۶۴. (۴)

$$\left. \begin{aligned} 2x \geq 3 - 2 &\Rightarrow 2x \geq 1 \Rightarrow x \geq \frac{1}{2} \\ 2x - 2 \leq 1 - 4x &\Rightarrow 6x \leq 3 \Rightarrow x \leq \frac{1}{2} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{اشتراک}} x = \frac{1}{2}$$

۱۶۵. (۳)

$$\begin{aligned} \Delta = 0 \quad \Delta &= (-6)^2 - 4m(m-2) = 36 - 4m^2 + 8m = 0 \Rightarrow m^2 - 2m - 9 = 0 \\ m &= 1 \mp \sqrt{1+9} = 1 \mp \sqrt{10} \end{aligned}$$

۱۶۶. (۴) A-B ممکن است تهی باشد و ممکن است با پایان باشد.

۱۶۷. (۲)

$$A + I = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} \quad A - I = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3-5 & 15+10 \\ -1-4 & -5+8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 25 \\ -5 & 2 \end{bmatrix}$$

(۱). ۱۶۸

$$2 \cos x = -\sqrt{3} \Rightarrow \cos x = \frac{-\sqrt{3}}{2} = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) = \cos\left(\frac{5\pi}{6}\right)$$

$$x = 2k\pi \pm \frac{5\pi}{6}$$

(۳). ۱۶۹

$$\left. \begin{aligned} \log x + \log y = 1 &\Rightarrow \log xy = \log 10 \Rightarrow xy = 10 \\ 4^{x-y} = 4^3 &\Rightarrow x - y = 3 \Rightarrow y = x - 3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow x = 5, -2$$

$X = -2$ غیر قابل است.

(۴). ۱۷۰

$$\begin{aligned} a &= i - 2j \quad \vec{OA} = 2i - 4j - 3i - j = -i - 5j \Rightarrow |\vec{OA}| = \sqrt{(-1)^2 + (-5)^2} = \sqrt{26} \\ b &= 3i + j \end{aligned}$$

(۲). ۱۷۱

$$c(n, n-2) = \frac{n!}{(n-n+2)!(n-2)!} = \frac{n!}{(n-2)!2!} = \frac{(n-2)! \times (n-1) \times n}{(n-2)!2} = \frac{n(n-1)}{2}$$

$$n(n-1) = 240 \Rightarrow n^2 - n - 240 = 0 \Rightarrow (n+15)(n-16) = 0 \Rightarrow n = 16$$

(۳). ۱۷۲

$$s_{13} = 0 \Rightarrow n = \frac{n[2a + (n-1)d]}{2} \Rightarrow s_{13} = \frac{13[2(-3) + 12d]}{2} = 0$$

$$-6 + 12d = 0 \Rightarrow 12d = 6 \Rightarrow d = \frac{1}{2}$$

(۲). ۱۷۳

$$q = \sqrt[m+1]{\frac{b}{a}} \Rightarrow q = \sqrt[3+1]{\frac{81}{16}} = \sqrt[4]{\frac{81}{16}} = \frac{3}{2}$$

$$16, 24, 36, 54, 81 \xRightarrow{\text{مجموع}} 114$$

(۱). ۱۷۴

$$\tan(\pi + \alpha) + \frac{\sin 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha} = \tan \alpha + \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha}{2 \cos^2 \alpha} = \tan \alpha + \tan \alpha = 2 \tan \alpha$$

(۳). ۱۷۵

$$\begin{aligned} \left(4x + \frac{1}{x-1}\right) \left(1 - \frac{1}{2x-1}\right) &= \left(\frac{4x^2 - 4x + 1}{x-1}\right) \left(\frac{2x-1-1}{2x-1}\right) = \frac{(2x-1)^2}{x-1} \times \frac{2(x-1)}{2x-1} \\ &= 2(2x-1) = 4x-2 \end{aligned}$$

(۲). ۱۷۶

$$a^2 + b^2 - 2ab - c^2 = (a-b)^2 - c^2 = (a-b+c)(a-b-c)$$

(۳). ۱۷۷

$$y = 2x - 6 \quad A \left| \begin{matrix} 0 \\ -6 \end{matrix} \right. \quad B \left| \begin{matrix} 3 \\ 0 \end{matrix} \right. \quad AB \text{ وسط } M \left| \begin{matrix} 3 \\ \frac{3}{2} \\ -3 \end{matrix} \right.$$

$$OM = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + (-3)^2} = \sqrt{\frac{9}{4} + 9} = \sqrt{\frac{45}{4}} = \frac{3\sqrt{5}}{2}$$

(۱) .۱۷۸

$$(\sqrt{2} - 2\sqrt{3})(2\sqrt{2} + \sqrt{3}) + 3\sqrt{6} = 4 + \sqrt{6} - 4\sqrt{6} - 6 + 3\sqrt{6} = -2$$

(۳) .۱۷۹

(۲) .۱۸۰

$$x^2 - 6 = 5|x| \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 5x - 6 = 0 & x \geq 0 \Rightarrow x = 6 \\ x^2 + 5x - 6 = 0 & x < 0 \Rightarrow x = 1 \end{cases}$$

۱۸۱. (۳) در ۲ و ۲- مشتق پذیر نیست.

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{2x}{|x^2-1|} & -2 \leq x \leq 2 \\ 4 & x > 2 \text{ یا } x < -2 \end{cases}$$

(۳) .۱۸۲

$$\alpha + \beta = \frac{5\pi}{4} \Rightarrow \tan(\alpha + \beta) = \tan \frac{5\pi}{4} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} = 1 \Rightarrow \tan \alpha + \tan \beta = 1 - \tan \alpha \tan \beta$$

$$(1 + \tan \alpha)(1 + \tan \beta) = 1 + \tan \alpha \tan \beta + \tan \alpha + \tan \beta = 1 + \tan \alpha \tan \beta + 1 - \tan \alpha \tan \beta = 2$$

$$10\% \times 2000 = 200$$

(۱) .۱۸۳

(۳) .۱۸۴

$$(80, 20)$$

$$(4, 40)$$

$$\text{م.م.ب} = 4 = 2^2$$

$$\text{م.م.ک} = 40 = 2^3 \times 5$$

۱۸۵. احتمالاً سؤال اشکال دارد، چون $\sin 0^\circ = 0$ است در نتیجه داریم:

که در هیچکدام از گزینه‌ها نیست.

$$2\sin 0^\circ \times \sin 40^\circ + \cos(34\pi + 50) = \cos 50^\circ$$

(۴) .۱۸۶

$$\frac{m}{2} = 2 \times 2\sqrt{7} \Rightarrow m = 8\sqrt{7}$$

(۴) .۱۸۷

$$y = b_1x + b_0 \quad b_1 = \frac{s_{pxy}}{s_{sx}} = \frac{6}{6} = 1 \quad b_0 = \bar{y} - b_1\bar{x} = 5 - 2 = 3$$

۱۸۸. (۴)

$$\text{خط : } x - 1 = \frac{y}{\frac{1}{2}} = z + 1 \Rightarrow$$

$$\text{صفحه } Ax + Bx + Cz + D = 0$$

$$\begin{cases} A = 1 \\ B = \frac{1}{2} \\ C = 1 \end{cases} \quad \begin{aligned} A + B + c + d = 0 &\Rightarrow 1 + \frac{1}{2} + 1 + d = 0 \Rightarrow d = -\frac{5}{2} \\ x + \frac{1}{2}y + z - \frac{5}{2} = 0 &\Rightarrow 2x + y + 2z = 5 \end{aligned}$$

۱۸۹. (۲)

$$(n, 2) - \binom{n}{2} = 36 \Rightarrow \frac{n!}{(n-2)!} - \frac{n!}{(n-2)! \times 2} = 36 \Rightarrow \frac{n(n-1)}{2} = 36$$

$$n(n-1) = 72 \Rightarrow n = 9 \quad \binom{9}{6} = \frac{9!}{3!6!} = 84$$

۱۹۰. (۳)

$$\begin{cases} 2^{498} \equiv 1 \\ 2^{13} \equiv 9 \end{cases} \rightarrow 2^{580} \equiv 9$$

۱۹۱. (۳)

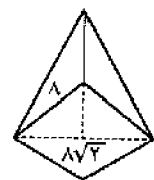
$$A : \text{در درس ریاضی قبول شده‌اند} \quad n(A' \cap B') = 10 \Rightarrow n(A \cup B)' = 10$$

$$B : \text{در درس فیزیک قبول شده‌اند} \quad n(A \cup B) = 40$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$40 = 30 + 38 - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = 25$$

۱۹۲. (۱)



$$x^2 = (4\sqrt{2})^2 + 7^2 = 32 + 49 = 81 \Rightarrow x = 9$$

۱۹۳. (۱)

$$\begin{aligned} \%70 x = 1400 &\Rightarrow x = 2000 \xrightarrow{\text{تخفیف}} 600 \xrightarrow{\text{مجموع}} 2600 \\ \%80 x = 8000 &\Rightarrow x = 10000 \rightarrow 2000 \end{aligned}$$

۱۹۴. (۳)

$$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x - y = 1 \end{cases} \Rightarrow y = 1, x = 2$$

۱۹۵. (۲)

۱۹۶. (۴) پاسخ درست در بین گزینه‌ها نیست، زیرا:

$$10000 = 1000e^{0/4t} \Rightarrow 10 = e^{0/4t} \Rightarrow \ln 10 = 0/4t$$

$$t = \frac{\ln 10}{0/4} = \frac{5 \ln 10}{2}$$

در جواب‌های نیست

۱۹۷. (۲)

$$f'(x) = \frac{1-2x}{2\sqrt{x-x^2}} \xrightarrow{x=\frac{1}{2}} f'\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1-2\left(\frac{1}{2}\right)}{2\sqrt{\frac{1}{2}-\frac{1}{4}}} = 0$$

۱۹۸. (۲)

$$\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{2} = 1 \Rightarrow a^2 = 8, b^2 = 2 \Rightarrow c^2 = a^2 - b^2 = 8 - 2 = 6$$

$$c = \sqrt{6}, a = 2\sqrt{2} \Rightarrow e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{6}}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

e خروج از مرکز

۱۹۹. (۴)

$$x - |x| > 0 \Rightarrow |x| < x \Rightarrow x \in \emptyset$$

۲۰۰. (۱)

۲۰۱. (۱) مرکز دایره

۲۰۲. (۲)

$$\frac{2mx-1}{x} = 4x \Rightarrow 4x^2 - 2mx + 1 = 0 \quad \Delta = 4m^2 - 16 = 0 \Rightarrow m = \pm 2$$

۲۰۳. $a+b$ می‌تواند ۸ یا ۴ یا ۶- باشد.

$$2(1)^2 + a(1) + b = 0 \Rightarrow a + b = -2$$

۲۰۴. (۲)

۲۰۵. (۴)

$$\int \frac{x^2}{x^2+a} dx = x - a \arctan \frac{x}{a}$$

۲۰۶. جواب $2\sqrt{2} - 2$ می‌باشد.

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} (\sin x - \cos x) dx + \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} (\cos x - \sin x) dx = 2\sqrt{2} - 2$$

۲۰۷. در جواب‌ها نمی‌باشد.

$$P(7,4) = \frac{7!}{(7-4)!} = 840$$

۲۰۸. (۱)

۲۰۹. (۳)

۲۱۰. (۴)

(۲) .۲۱۱

(۴) .۲۱۲

$$\frac{20}{50} \times \frac{30}{50} + \frac{30}{50} \times \frac{20}{50} = \frac{12}{25}$$

(۱) .۲۱۳

(۳) .۲۱۴

$$x - |x| \geq 0 \Rightarrow |x| \leq x \Rightarrow x = 0, x \in \mathbb{R}^+$$

(۴) .۲۱۵

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 16}{4 - x^2} = \lim_{x \rightarrow 2} -(x^2 + 4) = -8$$

(۱) .۲۱۶

$$f \circ g(x) = f(g(x)) = f(-|x|) = |x| = f(x)$$

(۲) .۲۱۷

(۴) .۲۱۸

(۴) .۲۱۹

$$A' \cap B' = \emptyset \Rightarrow (A \cup B)' = \emptyset$$

(۱) .۲۲۰

$$|A| = 0 \quad |A| = -k = 0 \Rightarrow k = 0$$

(۳) .۲۲۱

(۲) .۲۲۲

$$Mod = 3 \text{ median} - 2 \text{ mean}$$

$$40 = 3(50) - 2x \Rightarrow x = 55$$

(۳) .۲۲۳

$$\binom{5}{3} \times \binom{5}{2} = 10 \times 10 = 100$$

(۴) .۲۲۴

(۳) .۲۲۵

(۲) .۲۲۶

$$\frac{120000n_1 + 70000n_2}{n_1 + n_2} = 100000 \Rightarrow \frac{n_2}{n_1} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{n_2}{100} = \frac{2}{5} \Rightarrow n_2 = 40$$

(۳) .۲۲۷

(۲) .۲۲۸

$$\binom{4}{3} \left(\frac{3}{4}\right)^3 \left(\frac{1}{4}\right)^1 = \frac{27}{64}$$

۲۲۹. (۳)

۲۳۰. (۳)

$$A = \{1,2\} \quad P(A) = 2^2 = 4$$

۲۳۱. (۴)

$$|2A| = 4(4 - 0) - 0 + 0 = 16$$

۲۳۲. (۳)

$$f''(x) = 2(x^4 + 1)(x^6 + 1)(x^8 + 1) + \dots \rightarrow x \text{ جملاتی به صورت حاصلضرب در}$$

$$f''(0) = 2$$

۲۳۳. (۳)

$$y = 1 + nx + Ax^2 + Bx^3 + \dots$$

$$y' = n + 2Ax + \dots$$

۲۳۴. (۱)

$$dz = (2x - y)dx + (2y - x)dy = (4 - 1)(0/1) + (2 - 2)(0/2) = 0/3$$

۲۳۵. (۱)

$$f(\lambda x, \lambda y) = \lambda^{-1} f(x, y)$$

۲۳۶. (۴)

$$\frac{1}{x} = u \Rightarrow \frac{1}{x^2} dx = du$$

۲۳۷. (۴)

۲۳۸. (۱)

۲۳۹. (۲)

$$C(12,10) + C(12,11) + c(12,12) = 79$$

۲۴۰. جواب صفر است که در گزینه‌ها نمی‌باشد.

$$P(A \cap \bar{B}) = \frac{P(B \cap A \cap \bar{B})}{P(A \cap \bar{B})} = \frac{P\emptyset}{0/4} = \frac{0}{0/4} = 0$$

۲۴۱. (۲)

$$\frac{1}{2} \times 0/06 + \frac{1}{2} \times 0/04 = 0/05$$

۲۴۲. (۴)

$$0/3 \times 15000 - 0/7 \times 40000 = 17000$$

۲۴۳. (۲)

$$\int^2 Kx^{-2} dx = 1 \Rightarrow k = 2$$

۲۴۴. (۲)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + e^{\frac{1}{n}} + \left(e^{\frac{1}{n}}\right)^2 + \dots + \left(e^{\frac{1}{n}}\right)^{n-1}}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{1-e^{\frac{1}{n}}} - \left(e^{\frac{1}{n}}\right)^n}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1-e+e^{\frac{1}{n}+1}}{n}}{1-e^{\frac{1}{n}}} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{هویتال}} \text{حد}$$

$$= e - 1$$

(۴). ۲۴۵

$$y' = xe^x + e^x \Rightarrow y = xe^x$$

(۳). ۲۴۶

$$\nabla f = 2x dx + 2y dy + 2z dz$$

$$\frac{u}{|u|} = i \quad \nabla f_{(1,0,0)} \times \frac{u}{|u|} = (2i, 0, 0) \times i = 2$$

(۱). ۲۴۷

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f\left(\frac{\pi}{9}h + 4h\right) - f\left(\frac{\pi}{9} - h\right)}{4h} \times 4 = f'_{h \rightarrow 0} \left(\frac{\pi}{9} - h\right) \times 4 = -\frac{16}{3}$$

(۲). ۲۴۸

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\tan x - \sin x}{x \sin x \tan x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 - \cos x}{x \sin x} \right) = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{حد}} \frac{1}{2}$$

(۳). ۲۴۹

$$g(3) = 4(2)^2 = 16 \quad f(g(3)) = f(16) = f(14 + 2) = 2(14) = 28$$

(۱). ۲۵۰

$$\int_0^{\frac{1}{2}} (8x^2 - x^2) dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 \left(\frac{1}{x} - x^2\right) dx = \ln 2$$

(۴). ۲۵۱

$$\frac{d}{dx} \left[-\int_0^x |t| dt + \int_0^{x^2} t dt \right] = -|x| + \frac{d}{dx} \left[\frac{x^4}{2} \right] = 2x^3 - |x|$$

۲۵۲. (۳) با تغییر متغیرهای $x = \sin t$ و $y = \cos t$ و شرط $\sin^4 x + \cos^4 x = 1$ و حل انتگرال جواب بدست

می‌آید.

(۴). ۲۵۳

$$\frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{27}{64}$$

(۳). ۲۵۴

$$0/5 \times 0/03 + 0/3 \times 0/04 + 0/2 \times 0/05 = 0/037$$

(۲). ۲۵۵

$$\bar{x}_c \geq \mu + z_{\alpha} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 0 + 1/96 \times \frac{2}{\sqrt{25}} = 0/784$$

(۴). ۲۵۶

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1 \rightarrow A = \frac{1}{\pi}$$

(ف) .٢٥٧

$$P(-1 < x < 1) = \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{1}{1+x^2} dx = \frac{1}{2}$$

(ز) .٢٥٨

$$x = \ln y$$

$$\frac{6!}{3! \times 2!} = 60$$

(س) .٢٥٩

(١) .٢٦٠

$$c(n, 2) - \frac{n!}{(n-2)!} = 2 \frac{n!}{(n-2)2!} - \frac{n!}{(n-2)!} = 0$$

(ز) .٢٦١

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b \quad f''(x) = 6x + 2a \Rightarrow f''(1) = 6 + 2a = 0 \Rightarrow a = -3$$

$$f(1) = -2 \Rightarrow f(1) = 1 - 3 + b = -2 \Rightarrow b = 0$$

(س) .٢٦٢

$$3, 4, 5, 7, 7, 9, 10, (11), 12, 14, 14, 15, 17, 17, 19$$

(س) .٢٦٣

$$x_i = \bar{x} \quad \sum x_i^2 = 300 \Rightarrow 12x_i^2 = 300 \Rightarrow x_i = 5$$

(س) .٢٦٤

(ف) .٢٦٥

$$S = 2\pi rh + 2\pi r^2 = 2\pi(1)(2) + 2\pi(1)^2 = 6\pi$$

١ = شعاع قاعده

(ف) .٢٦٦

$$x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3 \quad 3^3 - 3^2 + 5(3) - 2 = 31$$

(ف) .٢٦٧

$$(x-1)(x+1) \left[\frac{3(x-2)}{(x+1)(x-2)} - \frac{x(x+2)}{(x-1)(x+2)} \right] + x^2 = 2x - 3 - x^2 + x^2 = 2x - 3$$

(ز) .٢٦٨

$$x^2 - 4x = 4 + 4\sqrt{3} + 3 - 8 - 4\sqrt{3} = -1$$

(٢) .٢٦٩

$$m = 1 \xrightarrow{\text{معادله خط}} y = x + 2 \rightarrow x + 2 = 0 \rightarrow x = -2$$

(١) .٢٧٠

$$L = \frac{|2(3) + 4(-2) + 7|}{\sqrt{4 + 16}} = \frac{5}{\sqrt{20}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

(٢) .٢٧١

$$7, 8, 9, 9, 10, 11, 11, 12, 13, 14, 15$$

(٣) .٢٧٢

(٤) .٢٧٣

$$f\left(2\frac{1}{4}\right) = f\left(\frac{9}{4}\right) = \frac{9}{4} + \frac{3}{2} = \frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}$$

(٣) .٢٧٤

$$8x^2 + 21x - 9 = 0 \quad x = \frac{3}{8}, -3$$

(١) .٢٧٥

$$S = 7 - 2\sqrt{2} + 7 + 2\sqrt{2} = 14 \quad P = (7 - 2\sqrt{2})(7 + 2\sqrt{2}) = 49 - 8 = 41$$
$$x^2 - 14x + 41 = 0$$

(٣) .٢٧٦

$$4 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 96$$

(٢) .٢٧٧

$$\binom{12}{3} = \frac{12!}{(12-3)! 3!} = 220$$

(٣) .٢٧٨

$$\begin{cases} 2x - 5y = -4 \\ 3x - 4y = 17 \end{cases} \Rightarrow y = -2, \quad x = 3$$

(١) .٢٧٩

$$f(3) = 1 \Rightarrow f^{-1}(1) = \frac{1}{3}$$

(٤) .٢٨٠

$$x = -\frac{b}{2a} = \frac{3}{2(-\frac{1}{2})} = 3 \quad y = -\frac{1}{2}(3)^2 + 3(3) - 1 = -\frac{9}{2} + 8 = \frac{7}{2} \quad s(3, \frac{7}{2})$$

$$d = \sqrt{(-4-3)^2 + \left(\frac{5}{2} - \frac{7}{2}\right)^2} = \sqrt{49+1} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

(۲). ۲۸۱

$$A - B = \{1,3\} \quad 2^2 = 4$$

(۲). ۲۸۲

$$\sqrt{11A + 1/3} = \sqrt{11 \times \frac{27}{110} + 1/3} = \sqrt{2/7 + 1/3} = \sqrt{4} = 2$$

(۱). ۲۸۳

$$\begin{cases} (x^2 + x - 2)^2 = (x - 1)^2(x + 2)^2 \\ x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = (x - 1)^3 \end{cases} \quad \text{پ. پ. ب} = (x - 1)^2 = x^2 - 2x + 1$$

(۴). ۲۸۴

$$f\left(2\frac{1}{4}\right) = f\left(\frac{9}{4}\right) = \frac{9}{4} + \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{9}{4} + \frac{3}{2} = \frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}$$

۲۸۵. (۲) با آزمودن گزینه‌ها به جای x در معادله، $x = 8$ درست است.

(۱). ۲۸۶

$$S = (7 - 2\sqrt{2}) + (7 + 2\sqrt{2}) = 14 \quad x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow x^2 - 14x + 41 = 0$$

$$p = (7 - 2\sqrt{2})(7 + 2\sqrt{2}) = 49 - 8 = 41$$

(۳). ۲۸۷

$$4 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 96$$

(۲). ۲۸۸

$$C_{12}^3 = \frac{12!}{(12-3)! 3!} = 220$$

۲۸۹. (۱) دنباله هندسی با قدر نسبت $r=2$ و جمله اول $1 - \sqrt{2}$

$$t_6 = ar = (1 - \sqrt{2})2^5 = 32 - 32\sqrt{2}$$

$$1 - \sqrt{2} + 2 - 2\sqrt{2} + 4 - 4\sqrt{2} + 8 - 8\sqrt{2} + 16 - 6\sqrt{2} + 32 - 32\sqrt{2}$$

(۳). ۲۹۰

$$x = \log_5 5^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2} \quad \log_2 4 = 2$$

$$2x + 1 = 4$$

(۳). ۲۹۱

$$f'(x) = -4x + 4 = 0 \rightarrow x = 1 \quad f(1) = 9$$

(۴). ۲۹۲

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin \pi x}{1 - \sqrt{x}} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{هوپیتال}} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin \pi x}{1 - \sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\pi \cos \pi x}{\frac{-1}{2\sqrt{x}}} = \lim_{x \rightarrow 1} -2\sqrt{x} \pi \cos \pi x$$

$$= -2 \pi \cos \pi = 2\pi$$

(۱) .۲۹۳

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + ax^2 + 5}{3x^2 + 4x - 4} = \frac{-3 + 4a}{0} \quad -3 + 4a = 0 \rightarrow a = \frac{3}{4}$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + \frac{3}{4}x^2 + 5}{3x^2 + 4x - 4} = \frac{8 + 3 + 5}{12 + 8 - 4} = \frac{16}{16} = 1$$

(۱) .۲۹۴

$$y = \sqrt[3]{\frac{3x-1}{x-2}} = \left(\frac{3x-1}{x-2}\right)^{\frac{1}{3}} \quad y' = \frac{1}{3} \left[\frac{-5}{(x-2)^2} \right] \left(\frac{3x-1}{x-2}\right)^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{3} \times -5 \times 8^{-\frac{2}{3}}$$

$$= -\frac{5}{3} \times \frac{1}{\sqrt[3]{8^2}} = -\frac{5}{12}$$

(۴) .۲۹۵

$$\text{مشتق} = 2 \sin x \cos x + 2 \sin x \cos x = 4 \sin x \cos x = 2 \sin 2x = 2 \sin 30^\circ = 2 \times \frac{1}{2} = 1$$

(۳) .۲۹۶

$$\frac{1 + \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg} x} = \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + x \right) = \operatorname{tg} \alpha$$

$$\frac{\pi}{4} + x = k\pi + \alpha \Rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{4} + \alpha$$

(۱) .۲۹۷

$$\frac{4}{36} = \frac{1}{9} \quad \{(3,6)(6,3)(4,5)(5,4)\}$$

(۴) .۲۹۸

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$30 = 22 + 18 - n(A \cap B) \rightarrow n(A \cap B) = 10$$