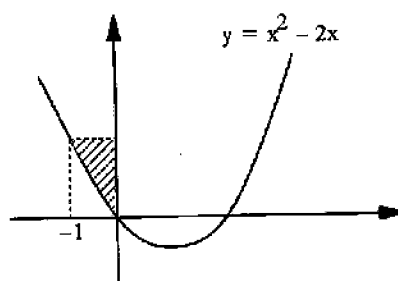


سؤالات ریاضی و آمار

۱. در تابع $f(3x^2 + 4x) = x + \sqrt{x+1}$ ، $f(0)$ کدام است ؟
 (۱) صفر (۲) $\frac{3}{8}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) ۱
۲. در تابع $y - \sin(x+y) = 0$ حاصل $\frac{dy}{dx}$ به ازاء $\begin{bmatrix} x = \pi \\ y = 0 \end{bmatrix}$ کدام است ؟
 (۱) -۲ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۲
۳. در تابع $y = e^{2x-2x^2}$ طول یکی از نقاط عطف برابر است با:
 (۱) $x = e^{-1}$ (۲) $x = \ln 2$ (۳) $x = -1$ (۴) $x = 0$
۴. خط قائم بر منحنی به معادله $xy - x^2 = 1$ در نقطه‌ی (۲ و ۱) A با کدامیک از خطوط زیر موازی است ؟
 (۱) محور x ها (۲) محور y ها (۳) $y = x$ (۴) $y = -x$
۵. اگر $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} + 1, & x \geq 9 \\ x - 4, & x < 9 \end{cases}$ باشد، آنگاه مقدار $f'(6)$ کدام است ؟
 (۱) ۱ (۲) $\sqrt{6} + 1$ (۳) ۱۰ (۴) ۲۵
۶. اگر $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 2x + 3} - ax - b) = 0$ باشد، آنگاه $a + b$ کدام است ؟
 (۱) صفر (۲) ۱ \pm (۳) ۲ \pm (۴) ۳ \pm
۷. اگر خط $y = 2x + b$ ، مجانب مایل منحنی $y = \frac{ax^2 + 3x + 2}{x-1}$ باشد، $a + b$ کدام است ؟
 (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۷
۸. اگر $\log_a = \frac{1}{\log_a} - \frac{1}{6}$ ، آنگاه مقدار a کدام است ؟
 (۱) $\frac{1}{64}$ (۲) $\frac{1}{8}$ (۳) ۸ (۴) ۶۴
۹. در یک تصاعد حسابی مجموع ۸ جمله‌ی اول برابر ۲ و جمله یازدهم برابر ۱۰ می‌باشد. قدر نسبت تصاعد کدام است ؟
 (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{3}{4}$
۱۰. حاصل حد $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\int_1^{1+h} \sqrt{t^2 + 4} dt}{h}$ ، کدام است ؟
 (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۱. مساحت ناحیه هاشور خورده در شکل زیر کدام است؟



- (۱) $\frac{7}{3}$ (۲) $\frac{5}{3}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۱۲. اگر $A = 100 \cdot \frac{(1+i)^{10} - 1}{i}$ و $B = 100 \times 10$ باشد در این صورت کدام گزینه صحیح است؟ ($i > 0$)

- (۱) $A = B$ (۲) $B > A$

(۳) $A > B$ (۴) مقایسه‌ی این دو، بستگی به مقدار i دارد

۱۳. شخصی که امروز بازنشسته شده است ده میلیون ریال پاداش دریافت کرده و تا پایان عمر دو میلیون و چهارصد هزار ریال مستمری ماهیانه (در انتهای ماه) دریافت خواهد کرد اگر $i = 12\%$ باشد ارزش حال کل این مبالغ چقدر است؟

- (۱) $2 * 10^7$ (۲) $3 * 10^7$ (۳) $25 * 10^7$ (۴) $200 * 10^6$

۱۴. نقطه‌ی A ، ماکزیمم نسبی تابع دو متغیره‌ی (x و y) است. اگر $\Delta = \det \begin{bmatrix} f_{xx} & f_{xy} \\ f_{yx} & f_{yy} \end{bmatrix}$ باشد کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) $\Delta(A) > 0$ و $f_{xx}(A) < 0$ (۲) $\Delta(A) > 0$ و $f_{xx}(A) > 0$
(۳) $\Delta(A) < 0$ و $f_{xx}(A) < 0$ (۴) $\Delta(A) < 0$ و $f_{xx}(A) > 0$

۱۵. اگر تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{C}{\sqrt{1-x^2}} & -1 < x < 1 \\ 0 & \text{جاهای دیگر} \end{cases}$ یک تابع چگالی احتمال باشد، کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $\frac{1}{\pi}$ (۳) $\frac{1}{2\pi}$ (۴) $\frac{2}{\pi}$

۱۶. اگر $y^3 = t^3 t$ ، $x = t^2 + t$ باشد، مقدار $\frac{d^2x}{dx^2}$ به ازای $t=1$ است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) ۲

۱۷. خط مماس بر منحنی تابع $f(x) = x^2 \ln(x - 2)$ در نقطه ای به طول ۳ واقع بر آن، محور x ها را کدام عرض قطع می کند؟

- (۱) -۲۷ (۲) -۲۴ (۳) -۱۸ (۴) -۱۵

۱۸. حاصل $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1+2+3+\dots+n}{n+4} - \frac{n}{4} \right)$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{3}{4}$ (۲) $-\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{5}{4}$

۱۹. حد عبارت $\ln \left(\frac{x-h}{4} \right)^{\frac{1}{h}}$ وقتی $h \rightarrow 0$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) $-\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) ۱

۲۰. در یک کارگاه تولیدی هر دستگاه در روز حداکثر ۵۰ واحد کالا تولید می کند، هزینه کارکرد هر دستگاه ۴۰۰ واحد پول و هزینه مواد اولیه هر واحد کالا ۵ واحد پول است. اگر هر واحد کالا ۱۵ واحد پول به فروش رود، تعداد کالا در نقطه سر به سر کدام است؟

- (۱) ۱۴۰ (۲) ۱۵۰ (۳) ۱۶۰ (۴) ۱۸۰

۲۱. اگر یک نمونه ۱۰۰ تایی از جامعه اول با واریانس ۹ و یک نمونه ۲۵ تایی از جامعه دوم یا واریانس ۴ انتخاب شوند و این دو نمونه مستقل از یکدیگر باشند، انحراف معیار تفاضل میانگین دو جامعه کدام است؟

- (۱) $0/25$ (۲) $0/5$ (۳) $1/25$ (۴) $1/5$

۲۲. در تابع چگالی $f(x) = \begin{cases} \frac{1-x}{4}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$ میانگین x کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

۲۳. یک تیرانداز در هر آزمون می تواند سه نوع امتیاز A، B و C را به ترتیب با احتمالات $0/5$ ، $0/3$ و $0/2$ کسب نماید. احتمال اینکه در هفت بار آزمون امتیازات وی ۲ بار A، ۲ بار B و ۳ بار C باشد، کدام است؟

- (۱) $0/378$ (۲) $0/756$ (۳) $0/168$ (۴) $0/378$

۲۴. در توزیع احتمال توأم رو به رو، $\text{cov}(x, y)$ ، کدام است؟

y \ x	x		
	۰	۱	۲
۱	۰	$0/1$	$0/2$
۳	$0/3$	$0/4$	۰

- (۱) $-0/56$ (۲) $-0/46$ (۳) صفر (۴) $0/64$

۲۵. از جعبه‌ای که محتوی ۱۲ عدد کالاست، ۴ عدد آن معیوب است، به تصادف ۲ تا را انتخاب می‌کنیم اگر X

تعداد کالای سالم انتخاب شده باشد امید ریاضی X کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{7}{6}$ (۴) $\frac{14}{11}$

۲۶. اگر $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} + 1, & x \geq 9 \\ x - 4, & x < 9 \end{cases}$ باشد، آنگاه مقدار $f^{-1}(6)$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $\sqrt{6} + 1$ (۳) ۱۰ (۴) ۲۵

۲۷. خط قائم بر منحنی به معادله $xy - x^2 = 1$ در نقطه (۲ و ۱) A با کدامیک از خطوط زیر موازی است؟

- (۱) محور X ها (۲) محور Y ها (۳) $Y = X$ (۴) $Y = -X$

۲۸. در تابع $y = e^{2x+2x^2}$ ، طول یکی از نقاط عطف برابر است با:

- (۱) $x = e^{-1}$ (۲) $x = \ln 2$ (۳) $x = -1$ (۴) $x = 0$

۲۹. در تابع $y = \sin(x+y)$ حاصل $\frac{dy}{dx}$ به ازاء $\left[\begin{matrix} x = \pi \\ y = 0 \end{matrix} \right]$ ، کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۲

۳۰. کدام تابع یک به یک نیست؟

- (۱) $y = x|x|$ (۲) $y = x + \frac{1}{x}$ (۳) $y = x + \sqrt{x}$ (۴) $y = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

۳۱. اگر $f(x) = \frac{x}{\sqrt{5+x^2}}$ حاصل $f^{-1}\left(\frac{-2}{3}\right) + \sqrt{5}f(2\sqrt{5})$ کدام است؟

- (۱) ۰ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۳۲. نقطه $A(7,3)$ رأس یک متوازی‌الاضلاع و دو ضلع آن بر دو خط به معادلات $7-3x=0$ و $2x+3y=11$ منطبق

است فاصله نقطه تلاقی دو قطر متوازی‌الاضلاع از مبدأ مختصات چقدر است؟

- (۱) $\sqrt{13}$ (۲) $2\sqrt{5}$ (۳) ۴ (۴) ۵

۳۳. حاصل $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n(n+1)} - n)$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۱ (۴) ∞

۳۴. تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{|x|}[x], & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$ به ازای کدام مجموعه مقادیر a در $x=0$ پیوسته است؟

- (۱) $\{1\}$ (۲) \emptyset (۳) $\{0\}$ (۴) $\{0 \text{ و } 1\}$

۳۵. مشتق مرتبه دهم تابع $f(x) = x \sin x$ به ازای $x = \frac{\pi}{4}$ کدام است؟

- (۱) -5×2^{10} (۲) 5×2^9 (۳) 5×2^{10} (۴) -5×2^9

۳۶. از رابطه $x^2y = 1 + \ln(2y - z) + x^2y$ مقدار $\frac{\partial z}{\partial y}$ در نقطه (۳ و ۲ و ۱ -) کدام است؟

- (۱) $-\frac{2}{3}$ (۲) $-\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۳۷. در تابع $z = x \operatorname{Arctg} \frac{y}{x}$ با تغییر متغیرهای $x = r \cos \theta$ و $y = r \sin \theta$ مقدار $\frac{\partial z}{\partial y}$ به ازای $\theta = \pi$ چقدر $r =$

۲ چقدر است؟

- (۱) $-\pi$ (۲) $\frac{\pi}{2}$ (۳) $\frac{\pi}{2}$ (۴) π

۳۸. ورقه نازک فلزی به شکل نیم دایره به قطر ۶ واحد است. فاصله مرکز ثقل این قطعه فلزی از قطر نیم دایره

چقدر است؟

- (۱) $\frac{4}{\pi}$ (۲) $\frac{3}{\pi}$ (۳) $\frac{\pi}{3}$ (۴) $\frac{\pi}{4}$

۳۹. حاصل $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + n}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۲ (۴) $\frac{3}{2}$

۴۰. حاصل انتگرال $\int_0^{\alpha} \sin \sqrt{x} dx$ وقتی $\alpha = \frac{\pi^2}{4}$ باشد چقدر است؟

- (۱) $\frac{\pi}{2} - 1$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) ۲ (۴) ۱

۴۱. اگر $f(x) = tg^{-1} \frac{x+2a}{1-2ax}$ حاصل $f'(x)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{1+x^2}$ (۲) $\frac{2a}{1+4a^2x^2}$ (۳) $\frac{a}{1+x^2}$ (۴) $\frac{x}{1+4a^2x^2}$

۴۲. حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} (x^{-x} + \sin x)^{\frac{1}{x}}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) e (۳) \sqrt{e} (۴) ۰

۴۳. نسبت تغییرات عبارت $\frac{x-2}{x+1}$ به تغییر $\sqrt{2x+5}$ به ازای $x=2$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) ۱ (۴) $\frac{1}{2}$

۴۴. در پرتاب دو سکه با هم هر دو «رو» ظاهر شده‌اند، حال در پرتاب سه سکه با هم با کدام احتمال فقط یک

«رو» ظاهر خواهد شد؟

- (۱) $\frac{2}{8}$ (۲) $\frac{3}{8}$ (۳) $\frac{4}{8}$ (۴) $\frac{5}{8}$

۴۵. در ظرفی ۳ گوی سفید و ۴ گوی سیاه قرار دارند اگر دو گوی از بین آنان بیرون آوریم با کدام احتمال هر دو

گوی هم رنگند؟

- (۱) $\frac{1}{5}$ (۲) $\frac{2}{5}$ (۳) $\frac{3}{5}$ (۴) $\frac{4}{5}$

۴۶. واریانس داده‌های آماری زیر کدام است؟

x	۱	۲	۳	۴
F	۱	۲	۹	۴

- (۱) $\frac{2}{4}$ (۲) $\frac{7}{8}$ (۳) $\frac{5}{4}$ (۴) $\frac{5}{8}$

۴۷. در نمودار دایره‌ای تقریباً چند درصد از داده‌های آماری با زاویه ۲۴ درجه نشان داده می‌شود؟

- (۱) $\frac{6}{3}$ (۲) $\frac{6}{7}$ (۳) $\frac{7}{2}$ (۴) $\frac{7}{4}$

۴۸. شش نفر ورزشکار را به چند طریق می‌توان به گروه‌های دو نفری دعوت کرد؟

- (۱) ۶ (۲) ۱۲ (۳) ۱۵ (۴) ۱۶

۴۹. در پرتاب دو تاس با هم، با کدام احتمال جمع دو عدد رو شده بیشتر از ۱۰ می‌باشد؟

- (۱) $\frac{1}{12}$ (۲) $\frac{1}{18}$ (۳) $\frac{1}{9}$ (۴) $\frac{1}{6}$

۵۰. اگر تابع درآمد کل $TR = (6)x$ و تابع هزینه کل $TC = 16(3)x$ باشد، نقطه‌ی سر به سر کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۴ (۴) ۳

۵۱. طول نقطه‌ی ماکزیمم تابع با ضابطه‌ی $f(x) = x^3 - 3x$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

۵۲. اگر داشته باشیم $z = \frac{x}{y} + \frac{y}{x} + \ln \frac{x}{y}$ مقدار $XZ'_x + YZ'_y$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) Z (۳) $\frac{1}{z}$ (۴) z^{-2}

۵۳. در تابع دو متغیری $z = \frac{2x+y-1}{x+2y}$ ، مجموع طول و عرض نقطه‌ای اکسترمم آن کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) ۳ (۴) $\frac{1}{3}$

۵۴. اگر مینیمم $Z = X^2 + Y^2$ با توجه به قید $X + 2Y = 5$ را با استفاده از روش ضریب لاگرانژ تعیین کنیم

مقدار λ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۵۵. مقدار انتگرال $I = \int_1^2 \frac{2 \ln x}{x} dx$ برابر کدام است؟

- (۱) $2 \ln 2$ (۲) $(\ln 2)^2$ (۳) $\ln 4$ (۴) $\frac{1}{2} \ln 2$

۵۶. اگر $I(x) = \int e^{\sqrt{x}} dx$ باشد، آن گاه $I'(1) - I'(0)$ برابر کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $2(e-1)$ (۳) $e-1$ (۴) ۲

۵۷. اگر $N=10$ و $\sum_{i=1}^{10} X_i = 60$ و $\sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 400$ ضریب پراکندگی چقدر است؟

- (۱) $0/33$ (۲) $0/4$ (۳) $0/66$ (۴) $0/7$

۵۸. چنانچه در یک توزیع دو جمله‌ای $n=5$ و $P=\frac{1}{4}$ (احتمال موفقیت) باشد، احتمال ۳ موفقیت برابرست با:

- (۱) $0/0879$ (۲) $0/0884$ (۳) $0/884$ (۴) $0/879$

۵۹. یک توزیع احتمال دارای چگالی $f(x)=1$ است. اگر چه پایین توزیع $3/4$ باشد، میانه‌ی توزیع چقدر است؟

- (۱) $3/7$ (۲) $3/9$ (۳) 4 (۴) $6/8$

۶۰. اگر ادعایی شود که «میانگین جامعه‌ی آماری بیش از ۱۰ است» فرضیه‌ی صفر آن کدام است؟

- (۱) $H: \mu x < 10$ (۲) $H: \mu x = 10$ (۳) $H: \mu x \leq 10$ (۴) $H: \mu x \geq 10$

۶۱. اگر مقدار کوواریانس X و Y مساوی ۵ و $\sigma_x^2 = \sigma_y^2 = 25$ باشد، مقدار ضریب همبستگی کدام است؟

- (۱) $0/08$ (۲) $0/4$ (۳) $0/20$ (۴) 1

۶۲. در ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$ مجموع مقادیر ویژه (خاص) کدام است؟

- (۱) 2 (۲) 3 (۳) 4 (۴) 7

۶۳. اگر $Z = U^2 + V^2 - 2UV$ و $U = r \cos \theta$ و $V = r \sin \theta$ باشد، منظور $\frac{\partial Z}{\partial r}$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $(2U - 2V) \cos \theta$

- (۳) $2r - 4r \sin \theta \cos \theta$ (۴) $(2U - 2V) \sin \theta$

۶۴. اگر داشته باشیم $n(A) = 10$ و $n(B) = 15$ و $n(A \cup B) = 19$ باشد، $n(A \cap B)$ کدام است؟

- (۱) 6 (۲) 9 (۳) 25 (۴) 29

۶۵. اگر $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{a}{n})^{2n} = e^{\frac{2}{3}}$ باشد، مقدار a کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) 2 (۴) 3

۶۶. در یک حساب سپرده‌ی بانکی، سود در پایان هر ماه بر سرمایه اضافه می‌شود. با نرخ سود 12% ، پس از ۳ سال سرمایه چند برابر می‌شود؟

- (۱) $(1/0.12)^{36}$ (۲) $(1/0.1)^{36}$ (۳) $(1/12)^{36}$ (۴) $(1/0.3)^{36}$

۶۷. به ازای کدام مقدار k دستگاه معادلات $\begin{cases} X + 2Y + kZ = 0 \\ X - Y + Z = 0 \\ 2X + Y - Z = 0 \end{cases}$ جواب‌های غیر صفر دارد؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

۶۸. به طور متوسط هر ده دقیقه یک مشتری وارد بانک می‌شود، احتمال این که در ۲۰ دقیقه ۲ مشتری وارد شود چقدر است؟

- (۱) $3e^{-2}$ (۲) $2e^{-2}$ (۳) $4e^{-2}$ (۴) $8e^{-1}$

۶۹. حاصل $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sqrt[n]{\frac{(2n+1)!}{n!}}$ کدام است؟

- (۱) $\ln 3 - 1$ (۲) $\ln 4 - 1$ (۳) $\ln 3 + 1$ (۴) $\ln 4 + 1$

۷۰. حاصل عبارت $(A - B) \cup (B - A) \cap (A \cap B) \cap (B \cup A)$ کدام است؟

- (۱) AB (۲) $B - A$ (۳) $A - B$ (۴) هیچکدام

۷۱. اگر $A = \{x | x \in \mathbb{Z}, (|x| - 1)(|x| - 2) = 0\}$ باشد، آنگاه $P(A)$ (مجموعه توانی A) چند عضو دارد؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۸ (۳) ۴ (۴) ۲

۷۲. اگر ماتریس $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، مقدار دترمینان $2A$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۱۶

۷۳. اگر $f(x) = x^2(x^4 + 1)(x^6 + 1)(x^8 + 1)$ باشد، آنگاه، $f''(0)$ کدام است؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۸ (۳) ۲ (۴) ۱

۷۴. مشتق تابع $y = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^k$ در نقطه $x=0$ برابرست با :

- (۱) صفر (۲) $n!$ (۳) n (۴) $\frac{n(n+1)}{2}$

۷۵. دیفرانسیل کامل $Z = x^2 - xy + y^2$ وقتی x از ۲ به $2/1$ و y از ۱ به $1/2$ تغییر کند، کدام است؟

- (۱) $0/3$ (۲) $0/02$ (۳) $0/2$ (۴) $0/03$

۷۶. درجه همگنی تابع $Z = \frac{x+y}{xy+y^2}$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) صفر

(۳) ۱ (۴) بستگی به مقادیر x و y دارد

۷۷. هرگاه $\int_a^b f(x)dx = c$ باشد، آنگاه مقدار $\int_{\frac{1}{b}}^{\frac{1}{a}} \frac{1}{x^2} f\left(\frac{1}{x}\right) dx$ چقدر است؟

- (۱) $\frac{c}{b-a}$ (۲) $\frac{c}{2}$ (۳) $\frac{b-a}{c}$ (۴) c

۷۸. در نمودار دایره‌ای ۶۰ داده آماری، کمائی به اندازه ۳۰ درجه به یک طبقه تعلق دارد، فراوانی مطلق آن طبقه کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۸ (۳) ۷ (۴) ۵

۷۹. دستگاه A در اندازه گیری مکرر از شیء واحدی، دارای واریانس $\sigma^2 = 9$ بوده و دستگاه B در اندازه گیری مکرر از همان شیء دارای واریانس $\sigma^2 = 25$ است. کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

- (۱) دستگاه A دقیق‌تر است.
(۲) دستگاه B دقیق‌تر است.
(۳) دستگاه A اندازه گیری‌های بزرگ‌تری از دستگاه B بدست می‌دهد.
(۴) دستگاه B اندازه گیری‌های بزرگ‌تری از دستگاه A بدست می‌دهد.

۸۰. از بین ۱۲ نفر دانشجو، چند گروه حداقل ۱۰ نفره می‌توان تشکیل داد؟

- (۱) ۵۳ (۲) ۷۹ (۳) ۸۰ (۴) ۱۲۰

۸۱. اگر A و B دو پیشامد تصادفی بوده و $P(\bar{A}) = 0.2$ ، $P(B) = 0.5$ و $P(A \cap \bar{B}) = 0.4$ باشد، آنگاه مقدار احتمال شرطی $P(B|A \cap \bar{B})$ برابر کدام یک از گزینه‌های زیر خواهد بود؟

- (۱) $\frac{5}{9}$ (۲) $\frac{4}{9}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{1}{3}$

۸۲. فرض کنید نسبت مراجعه کنندگان مرد و زن به یک بانک باهم برابر باشند. اگر ۶ درصد مردان و ۴ درصد زنان برای دریافت حقوق ماهیانه خود به این بانک مراجعه کنند. احتمال این که یک مراجعه کننده برای دریافت حقوق خود به بانک مراجعه کند، چقدر است؟

- (۱) ۰/۰۶ (۲) ۰/۰۵ (۳) ۰/۰۴ (۴) ۰/۰۳

۸۳. سود یک فروشنده چتر در روزهای بارانی ۱۵۰/۰۰۰ ریال و زیان وی در روزهای آفتابی ۴۰/۰۰۰ ریال می‌باشد. اگر احتمال ریزش ۳۰ درصد باشد، به طور متوسط، سود مورد انتظار چند ریال است؟

- (۱) ۳۶/۵۰۰ (۲) ۳۲/۰۰۰ (۳) ۱۶/۵۰۰ (۴) ۱۷/۰۰۰

۸۴. تابع چگالی احتمال متغیر تصادفی X در دامنه [۱، ۲] به صورت $f_X(x) = kx^{-2}$ تعریف شده است. مقدار k چقدر است؟

- (۱) -۲ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) $\frac{1}{2}$

۸۵. میانگین هندسی اعداد ۱۶، ۹، $\frac{1}{3}$ ، $\frac{3}{4}$ ، ۵۴ و ۲۴ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۶ (۴) ۱۲

۸۶. در داده‌های آماری دسته‌بندی شده، ضریب پراکندگی کدام است؟

- (۱) ۰/۵۵ (۲) ۱/۲۵ (۳) ۱/۵ (۴) ۱/۷۵

حدود دسته	۰-۲	۲-۴	۴-۶	۶-۸	۸-۱۰
فراوانی	۳	۶	۴	۲	۱

۸۷. کدام یک از نمودارها برای نمایش مشاهدات با مقیاس رتبه‌ای مناسب است؟

- (۱) دایره‌ای (۲) چند ضلعی (۳) بافت نگار (۴) جعبه‌ای

۸۸. سه جامعه با تعداد مشاهدات ۱۰۰ و ۲۰۰ و ۷۰۰ به ترتیب با میانگین‌های ۸ و ۹ و ۱۰ و واریانس‌های ۱۶ و

۲۵ و ۲۵ به صورت یک جامعه واحد ترکیب شده است، واریانس جامعه حاصل کدام است؟

- (۱) ۲۴/۱۲ (۲) ۲۴/۳۶ (۳) ۲۴/۵۴ (۴) ۲۴/۷۲

۸۹. بین دو صفت X و Y در جدول مقابل ضریب همبستگی کدام است؟

- (۱) ۰/۶ (۲) ۰/۸ (۳) ۰/۹ (۴) ۱

X	۵	۷	۱۰	۱۴
Y	۹	۱۳	۱۹	۲۷

۹۰. در یک توزیع نرمال با میانگین ۳۷ و انحراف معیار ۴/۵ احتمال اینکه یک عضو انتخابی بین دو عدد ۲۸ و ۴۶

قرار گیرد، کدام است؟ ($S^2 = ۰/۴۷۷۲$)

- (۱) ۰/۷۸۸۶ (۲) ۰/۹۴۵۴ (۳) ۰/۹۵۴۴ (۴) ۰/۹۷۷۲

۹۱. در یک آزمایش برنولی احتمال موفقیت $\frac{2}{3}$ است اگر ۶ بار این آزمایش تکرار شود، با کدام احتمال ۴ بار

موفقیت حاصل می‌شود؟

- (۱) $\frac{120}{243}$ (۲) $\frac{80}{243}$ (۳) $\frac{40}{81}$ (۴) $\frac{20}{81}$

۹۲. حاصل $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+1}{2x-3} \right)^{x+2}$ کدام است؟

- (۱) \sqrt{e} (۲) $\frac{1}{\sqrt{e}}$ (۳) e^2 (۴) e

۹۳. اگر $z = f(x^2y)$ حاصل $xy \frac{dz}{dy} - x \frac{dz}{dx}$ کدام است؟

- (۱) ۰ (۲) z (۳) ۲z (۴) xyz

۹۴. تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} |x|x| & |x| < 1 \\ ax + b & |x| \geq 1 \end{cases}$ همواره پیوسته است، a کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۱

۹۵. خط مماس بر نمودار تابع $y = e^{-2x}$ در نقطه $x=0$ واقع بر آن از کدام نقطه می گذرد؟

- (۱) (۳ و -۱) (۲) (۳- و ۱) (۳) (۱ و ۲) (۴) (۲ و ۱)

۹۶. اگر x واحد تولید کالا و y واحد قیمت آن باشد معادله تقاضا به صورت $y = 8 - x^2$ و معادله هزینه

$y = x^2 + 8$ می باشد. ماکزیمم سود به ازای چند واحد تولید حاصل می شود؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) $\frac{5}{3}$ (۴) $\frac{4}{3}$

۹۷. مساحت ناحیه بین منحنی $y = x^2 + 2x - 1$ و محور x ها و دو خط به معادلات $x = 1$ و $x = 3$ کدام است؟

- (۱) $\frac{22}{3}$ (۲) $\frac{23}{3}$ (۳) $\frac{44}{3}$ (۴) $\frac{46}{3}$

۹۸. به ازای کدام مقدار k دستگاه معادلات $\begin{cases} 2x - y + z = 0 \\ x + ky - 2z = 0 \\ 3x + 2y - z = 0 \end{cases}$ جواب های غیر صفر دارد؟

- (۱) -۳ (۲) -۲ (۳) ۲ (۴) ۳

۹۹. اگر A' ترانهاده ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$ باشد، مجموع درایه های ماتریس x از رابطه $AX = A'$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) -۲

پاسخ سؤالات ریاضی و آمار

۱. (۲)

$$(6x + 4)f'(3x^2 + 4x) = 1 + \frac{1}{2\sqrt{x+1}} \xrightarrow{x=0} 4f'(\cdot) = 1 + \frac{1}{2} \Rightarrow 4f'(\cdot) = \frac{3}{2} \Rightarrow f'(\cdot) = \frac{3}{8}$$

۲. (۲)

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-\cos(x+y)}{1-\cos(x+y)} = \frac{\cos \pi}{1-\cos \pi} = \frac{-1}{1+1} = \frac{-1}{2}$$

۳. (۴)

$$y' = (2 - 4x)e^{2x-2x^2} \quad '' = -4e^{2x-2x^2} + 2(2 - 4x)e^{2x-2x^2} = 0$$

$$e^{2x-2x^2}[-4 + (2 - 4x)2] = 0 \Rightarrow -4 + 4 - 16x + 4x^2 = 0 \Rightarrow 4x(x - 4) = 0 \quad \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}$$

۴. (۲)

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{y-2x}{x} \quad m_{\frac{y-2}{1}} = 0 \quad \text{شیب مماس} \Rightarrow \text{شیب قائم} = \infty$$

۵. (۴)

$$6 = \sqrt{x} + 1 \Rightarrow \sqrt{x} = 5 \Rightarrow x = 25 > 9$$

۶. (۱)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 2x + 3} - ax - b) = |x - 1| - ax - b = -x + 1 - ax - b = -x(1 + a) + a - b = 0$$

$$1 + a = 0 \Rightarrow a = -1$$

$$1 - b = 0 \Rightarrow b = 1$$

۷. (۴)

$$\frac{ax^2}{x} = 2x \Rightarrow a = 2$$

$$(2x^2 + 3x + 2) \div (x - 1) = (2x + 5) + 7 \Rightarrow b = 5$$

۸. (۴)

$$\frac{1}{\log_7^a} = \frac{1}{\frac{1}{2}\log_7^a} - \frac{1}{\log_7^a} \Rightarrow \frac{1}{\log_7^a} = \frac{2}{\log_7^a} - \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{\log_7^a} = \frac{1}{2} \Rightarrow a = 2^2 = 4$$

۹. (۱)

$$s_n = \frac{1}{n}(2a + 7d) = 2 \Rightarrow 2a + 7d = \frac{1}{n} \Rightarrow 4a + 14d = 1$$

$$\begin{cases} a + 1 \cdot d = 1 \\ 4a + 14d = 1 \end{cases} \Rightarrow d = \frac{2}{13}$$

۱۰. (۴)

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{s_1^{y+h} \sqrt{t^y + \Delta t}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(y+h) - f(y)}{h} = f'(y) = f'(y) = \sqrt{y^2 + \Delta} = \sqrt{9} = 3$$

۱۱. (۲)

$$Y=x^r-rx \Rightarrow y+1=(x-1)^r \Rightarrow x=-\sqrt{y+1}+1$$

$$-\int_1^r \sqrt{y+1} dy + \int_1^r dy = -\frac{r}{r}(y+1)^{\frac{r}{r}} + y \Big|_1^r = -\frac{\Delta}{r} \qquad \frac{\Delta}{r} S =$$

- .۱۲

(۳). ۱۳

(۱). ۱۴

(۲). ۱۵

$$\int_{-1}^1 \frac{c}{\sqrt{1-x^r}} = 1 \Rightarrow c \int \frac{1}{\sqrt{1-x^r}} dx = 1 \Rightarrow d(arc) \Big|_{-1}^1 = 1$$

$$C(\arcsin(1) - \arcsin(-1)) = 1 \Rightarrow c \left(\frac{\pi}{r} + \frac{\pi}{r} \right) = 1 \Rightarrow c = \frac{1}{\pi}$$

(۱). ۱۶

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} \times \frac{dt}{dx} = \frac{dy}{dt} \times \frac{1}{\frac{dx}{dt}} = (rt^r-r) \times \frac{1}{rt+1} = \frac{rt^r-r}{rt+r}$$

$$\frac{d^ry}{dx^r} = \frac{rt(rt+1)-r(rt^r-r)}{(rt+1)^r} \times \frac{1}{rt+1} \stackrel{t=1}{\Rightarrow} \frac{d^rx}{dx^r} = \frac{r}{r}$$

(۱). ۱۷

$$F'(x) = rx \times \ln(x-r) + \frac{x^r}{x-r} \qquad r \times \ln(x-r) + \frac{r^r}{r-r} = 9$$

$$y=r^r \times \ln(x-r) = 9 \times \cdot = \cdot \qquad (r,\cdot)$$

$$y-\cdot = 9(x-r) \Rightarrow y = 9x-r^r \stackrel{x=\cdot}{\Rightarrow} y = r^r$$

(۱). ۱۸

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\frac{n(n+1)}{r}}{n+r} - \frac{n}{r} \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\frac{n(n+1)}{rn+\lambda}} - \frac{n}{r} \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{-rn}{rn+\lambda} \right) = \frac{r}{r}$$

(۲). ۱۹

$$\lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{r-h}{r} \right)^{\frac{1}{h}} = \lim_{h \rightarrow 0} \left(1 - \frac{h}{r} \right)^{\frac{1}{h}} = \left[\left[1 + \left(-\frac{h}{r} \right) \right]^{\frac{r}{h}} \right]^{-\frac{1}{r}} = e^{-\frac{1}{r}}$$

۲۰. هیچ کدام

هزینه = درآمد

$$\Delta \bullet = \textcircled{4} \bullet + \Delta x$$

$$Y\Delta \bullet = \textcircled{4} \bullet + \Delta x \Rightarrow x = Y \bullet$$

(۲). ۲۱

$$\sqrt{\frac{\sigma_1^r}{n_1} + \frac{\sigma_r^r}{n_r}} = \sqrt{\frac{9}{1\bullet\bullet} + \frac{4}{r\Delta}} = \sqrt{\frac{r\Delta}{1\bullet\bullet}} = \bullet/\Delta$$

(۳).۲۲

$$E(x) = \frac{1}{\gamma} \int_0^{\infty} x e^{-\frac{x}{\gamma}} dx = -x e^{-\frac{x}{\gamma}} - \gamma e^{-\frac{x}{\gamma}} \Big|_0^{\infty} = \gamma$$

(۴).۲۳

$$\gamma! \times \frac{(\cdot/\delta)^{\gamma} \times (\cdot/\gamma)^{\gamma} \times (\cdot/\gamma)^{\gamma}}{\gamma! \times \gamma! \times \gamma!} = \cdot/\gamma\gamma\gamma$$

(۲).۲۴

$$E(x) = \cdot(\cdot/\gamma) + 1(\cdot/\delta) + 2(\cdot/\gamma) = \cdot/\gamma$$

$$E(xy) = (\cdot \times \cdot \times 1) + (1 \times \cdot/\gamma \times 1) + (2 \times \cdot/\gamma \times 1) + (\cdot \times \cdot/\gamma \times \gamma) + (1 \times \cdot/\delta \times \gamma) + (2 \times \cdot \times \gamma) = 1/\gamma$$

$$\text{Cov}(x, y) = E(xy) - E(x)E(y) = 1/\gamma - (\cdot/\gamma \times 2/\gamma) = 1/\gamma - 2/\gamma^2 = -\cdot/\gamma^2$$

(۲).۲۵

$$\mu = np = \gamma \times \frac{\lambda}{1\gamma} = \frac{\lambda}{\gamma} = \frac{\gamma}{\gamma}$$

(۴).۲۶

$$x = 9 \Rightarrow y = 4 \quad y = \sqrt{x} + 1 \Rightarrow (y - 1)^2 = x$$

$$f(x) = \begin{cases} (x-1)^2, & x \geq 4 \\ x+4, & x < 4 \end{cases} \quad f^{-1}(6) = (6-1)^2 = 25$$

(۲).۲۷

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y-2x}{x} \Rightarrow \text{خط قائم موازی محور } y \text{ ها } m = \frac{2-2}{1} = 0 \Rightarrow$$

(۴).۲۸

$$y' = (\gamma - 4x)e^{2x-2x^2} \Rightarrow y'' = e^{2x-2x^2}(-4 + (2-4x)^2) = 0$$

$$\Rightarrow -4 + 4 - 16x + 16x^2 = 0 \Rightarrow 16x^2 - 16x = 0 \Rightarrow x = 0, 1$$

(۲).۲۹

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-\cos(x+y)}{1-\cos(x+y)} \Rightarrow \frac{\cos \pi}{1-\cos \pi} = \frac{-1}{2}$$

$$f(x) = f(x') \Rightarrow \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} = \frac{x'}{\sqrt{1+x'^2}} \Rightarrow \frac{x^2}{1+x^2} = \frac{x'^2}{1+x'^2} \Rightarrow x^2 + x'^2 x' = x'^2 + x^2 x'^2 \Rightarrow x^2 = x'^2 \Rightarrow x = \pm x'$$

(۴).۳۱

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{\delta+x^2}} \quad \frac{\gamma}{\gamma} = \frac{x}{\sqrt{\delta+x^2}} \Rightarrow \frac{\gamma}{\gamma} = \frac{x^2}{\delta+x^2} \Rightarrow x^2 = \gamma \Rightarrow x = \gamma \Rightarrow f^{-1}\left(-\frac{\gamma}{\gamma}\right) = \gamma$$

$$f(\gamma\sqrt{\delta}) = \frac{\gamma\sqrt{\delta}}{\sqrt{\delta+\gamma^2}} = \frac{\gamma\sqrt{\delta}}{\delta} - \gamma\left(-\frac{\gamma}{\gamma}\right) + \sqrt{\delta}f(\gamma\sqrt{\delta}) = \gamma + \sqrt{\delta} \times \frac{\gamma\sqrt{\delta}}{\delta} = \gamma + \gamma = \gamma$$

(۴).۳۲

$$\begin{cases} 2x + 3y = 11 \\ y - 3x = 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{حل دستگاه}} x = 1, y = 3 \Rightarrow (1, 3) \text{ راس دیگر}$$

$$\text{وسط دو راس } A \begin{cases} \frac{y+1}{2} = 4 \\ \frac{y+3}{2} = 3 \end{cases} \quad oA = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5$$

(۱).۳۳

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n(n+1)} - n) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(n+1) - n^2}{\sqrt{n(n+1)} + n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n^2 + n} + n} = 0$$

(۲).۳۴

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \frac{x}{x} [0^+] = 1 \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \frac{x}{-x} [0^-] = -1 \times -1 = 1 \quad \text{تابع پیوسته نیست}$$

$$f(0) = a$$

(۱).۳۵

$$f^{(1)}(x) = 2^{10} (\Delta \cos 2x - x \sin 2x) = 2^{10} \left(\Delta \cos \pi - \frac{\pi}{2} \sin \pi \right) = -\Delta \times 2^{10}$$

(۱).۳۶

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial y} &= \frac{\partial f}{\partial z} \times \frac{\partial z}{\partial y} \Rightarrow \frac{2}{2y-z} + x^2 = \left(x e^{2x+z} - \frac{1}{2y-z} \right) \times \frac{\partial z}{\partial y} \\ \Rightarrow \frac{2}{4-2} + (-1)^2 &= \left(-1 \times e^{-2+2} - \frac{1}{4-2} \right) \frac{\partial z}{\partial y} \Rightarrow \frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{3}{2} \end{aligned}$$

۳۷. پاسخ در بین گزینه‌ها نیست، زیرا:

$$\frac{\partial z}{\partial y} = x \times \frac{\frac{1 \times x - xy}{x^2}}{1 + \frac{y^2}{x^2}} = \frac{x^2}{x^2 + y^2} = \frac{r^2 \cos^2 \theta}{r^2} = \cos^2 \theta$$

(۳).۳۸

(۱).۳۹

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + n} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right) = \left(1 - \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) + \dots + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right) = 1 - \frac{1}{n+1} = s_n$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{n+1} \right) = 1$$

(۴).۴۰

$$\begin{aligned} \sqrt{x} = t &\Rightarrow \frac{1}{2\sqrt{x}} dx = dt \quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin \sqrt{x} dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} t \sin t dt = -t \cos t + \int \cos t dt = -t \cos t + \sin t \\ \sin t \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} &= -\frac{\pi}{2} \cos \frac{\pi}{2} + \sin \frac{\pi}{2} - \sin 0 = 1 \end{aligned}$$

(۱).۴۱

$$f'(x) = \frac{\frac{1(1-2ax)+2a(x+2a)}{(1-2ax)^2}}{1 + \frac{(x+2a)^2}{(1-2ax)^2}} = \frac{1+4a^2}{1+4a^2x^2+x^2+4a^2} = \frac{1+4a^2}{(1+4a^2)(1+x^2)} = \frac{1}{1+x^2}$$

(۱).۴۲

$$y = (e^{-x} + \sin x)^{\frac{1}{x}} \Rightarrow \ln y = \frac{1}{x} \ln(e^{-x} + \sin x) = \frac{\ln(e^{-x} + \sin x)}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \ln y = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(e^{-x} + \sin x)}{x} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{هویتال}} \lim_{x \rightarrow 0} \ln y = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-e^{-x} + \cos x}{e^{-x} + \sin x} = \frac{0}{0} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \ln y = \ln(\lim_{x \rightarrow 0} y) = \ln e = 1$$

(۳).۴۳

$$\sqrt{y} + \Delta = y \Rightarrow x = \frac{y^2 - \Delta}{y} \quad x \rightleftharpoons y = 3$$

$$\frac{x-2}{x+1} = \frac{\frac{y^2-\Delta}{y}-2}{\frac{y^2-\Delta}{y}+1} = \frac{y^2-\Delta-2y}{y^2-\Delta+y} = f(y) \quad f'(y) \neq \frac{12y}{(y^2-3)^2} \Rightarrow f'(3) = 1$$

(۳).۴۴

(۳).۴۵

$$\frac{3}{5} \times \frac{2}{6} + \frac{4}{5} \times \frac{3}{6} = \frac{3}{5}$$

(۴).۴۶

$$\bar{x} = \frac{1 \times 1 + 2 \times 2 + 3 \times 9 + 4 \times 4}{16} = 3$$

$$\sigma^2 = \frac{1(1-3)^2 + 2(2-3)^2 + 9(3-3)^2 + 4(4-3)^2}{16} = \frac{4+2+4}{16} = \frac{10}{16} = \frac{5}{8}$$

(۲).۴۷

$$24 = \frac{F_i}{1.2} \times 360 \Rightarrow E = 6/7$$

(۳).۴۸

$$\binom{6}{2} = \frac{6!}{(6-2)!2!} = \frac{4! \times 5 \times 6}{4! \times 2} = 15$$

(۱).۴۹

$$A = \{(\Delta, \phi) (\phi, \Delta) (\phi, \phi)\} \quad (A) \mathbb{P} \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

(۳).۵۰

$$T_C = T_R \rightarrow \phi * 3^x = \phi x$$

$$16 = \left(\frac{\phi}{3}\right)^x \rightarrow 16 = 2^x \rightarrow x = 4$$

(۲).۵۱

از آزمون مشتق دوم استفاده می کنیم

$$y = x^3 - 3x \quad y' = 3x^2 - 3 = 0 \rightarrow x = \pm 1$$

$$y'' = 6x \quad \begin{cases} x = +1 & y'' \geq 0 \quad \text{Min } x = 1 \text{ است} \\ x = -1 & y'' < 0 \quad \text{Max } x = -1 \text{ است} \end{cases}$$

(۱).۵۲

$$\left. \begin{aligned} z'_x &= \frac{1}{y} - \frac{y}{x^2} + \frac{\frac{1}{y}}{\frac{x}{y}} = \frac{1}{y} - \frac{y}{x^2} = \frac{1}{x} \\ z'_y &= -\frac{x}{y^2} + \frac{1}{x} + \frac{-\frac{x}{y^2}}{\frac{x}{y}} = -\frac{x}{y^2} + \frac{1}{x} - \frac{1}{y} \end{aligned} \right\} \rightarrow xz'_x + yz'_y = \frac{x}{y} - \frac{y}{x} + 1 - \frac{x}{y} + \frac{y}{x} - 1 = 0$$

(۴). ۵۳

$$z'_x = \frac{2(x+2y) - 2x - y + 1}{(x+2y)^2} = 0 \rightarrow \frac{2x+4y-2x-y+1}{(x+2y)^2} = 0 \rightarrow 3y+1=0 \rightarrow y = -\frac{1}{3}$$

$$z'_y = \frac{(x+2y) - 2(2x+y-1)}{(x+2y)^2} = 0 \rightarrow \frac{x+2y-4x-2y+2}{(x+2y)^2} = 0 \rightarrow -3x+2=0 \rightarrow y = \frac{3}{2}$$

(۲). ۵۴

$$F = x^2 + y^2 - \lambda(x + 2y - \Delta) \rightarrow \begin{cases} f'_x = 2x - \lambda = 0 \rightarrow x = \frac{\lambda}{2} \\ f'_y = 2y - 2\lambda = 0 \rightarrow y = \lambda \\ f'_\lambda = -x - 2y + \Delta = 0 \rightarrow -\frac{\lambda}{2} - 2\lambda = -\Delta \end{cases}$$

$$\rightarrow \frac{-\lambda - 4\lambda}{2} = -\Delta \rightarrow -5\lambda = -10 \rightarrow \lambda = \frac{10}{5} = 2$$

(۲). ۵۵

$$\int_1^2 \frac{2 \ln x}{x} dx = \int 2u du = \frac{2u^2}{2} = (\ln x)^2 \Big|_1^2 = (\ln 2)^2 - (\ln 1)^2 \rightarrow \ln x = u \rightarrow \frac{dx}{x} = du$$

(۳). ۵۶

$$I(x) = \int e^{\sqrt{x}} dx \quad (x) \neq \int I'(x) dx \rightarrow I'(x) \neq e^{\sqrt{x}} \quad I'(1) = I'(0) = e^1 - e^0 = e - 1$$

(۳). ۵۷

$$s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1} \quad r = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} \quad \frac{\sum x_i}{n} = \frac{60}{10} = 6$$

$$s^2 = \frac{\sum x_i^2 - n\bar{x}^2}{n} = \frac{400 - 10 \times 36}{10} = \frac{40}{10} = 4$$

$$CV = \frac{4}{6} = 0.66$$

(۴). ۵۸

$$P(x=3) = \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \end{bmatrix} \left(\frac{1}{6}\right)^3 \left(\frac{5}{6}\right)^3 = 0.1875$$

(۲). ۵۹

$$F(m) = \frac{1}{r} \quad m \text{ میانه است} \quad (m)F = \int_{\frac{1}{r}}^m dx = x \Big|_{\frac{1}{r}}^m = m - \frac{1}{r}$$

$$F(m) = \frac{1}{\gamma} \rightarrow m - \frac{\gamma}{\gamma} = \frac{1}{\gamma} \rightarrow m = \frac{\gamma}{\gamma} + 0/\delta = \frac{\gamma}{\gamma}$$

(۳).۶۰

در اینجا آماردان بر این باور است که میانگین جامعه کمتر یا مساوی ۱۰ است پس باور خود را در H_0 قرار می‌دهد. به امید اینکه بتواند آنرا رد کند.

(۳).۶۱

$$P(x, y) = \frac{Cov(x, y)}{\sqrt{Var(x)}\sqrt{Var(y)}} = \frac{\delta}{\delta * \delta} = \frac{1}{\delta} = 0/\gamma$$

(۴).۶۲

اثر ماتریس برابر با مجموع مقادیر ویژه و اثر ماتریس نیز مجموع عناصری روی قطر اصلی است $\gamma + \delta = \gamma$

(۳).۶۳

$$\begin{aligned} \frac{\partial z}{\partial r} &= \frac{\partial z}{\partial u} \cdot \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial z}{\partial v} \cdot \frac{\partial v}{\partial r} \\ &= (\gamma u - \gamma v) \cos \theta \\ &\quad + (\gamma v - \gamma u) \sin \theta = (\gamma r \cos \theta - \gamma r \sin \theta) \cos \theta + (\gamma r \sin \theta - \gamma r \cos \theta) \sin \theta \\ &= \gamma r \cos^2 \theta - \gamma r \sin \theta \cos \theta + \gamma r \sin^2 \theta \\ -\gamma r \sin \theta \cos \theta &= \gamma r (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) - r (\sin^2 \theta + \sin^2 \theta) = \gamma r - \gamma r \sin \theta \cos \theta \end{aligned}$$

(۱).۶۴

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \rightarrow 19 = 15 + 10 - n(A \cap B) \rightarrow n(A \cap B) = 6$$

(۱).۶۵

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{a}{n}\right)^{\beta n} = e^{a\beta} \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{a}{n}\right)^{\gamma n} = e^{\gamma a} = e^{\frac{\gamma}{\gamma}} \rightarrow a = \frac{\gamma}{\gamma}$$

(۳).۶۶

اگر x سپرده بانکی باشد در ماه اول $\frac{x \cdot \frac{12}{100} (1/12)}{x + \frac{12}{100} (1/12)x} = \frac{12}{100}$ و ماه دوم $\frac{\frac{12}{100} (1/12)x}{x + \frac{12}{100} (1/12)x} = \frac{12}{100}$ و به همین ترتیب ادامه می‌دهیم.

(۱).۶۷

$$\begin{aligned} x + \gamma y + kz &= 0 \quad \gamma x + y + (k+1)z = 0 \\ x - y + z &= 0 \quad \gamma x + y - z = 0 \quad k \neq -1 \\ \gamma x + y - z &= 0 \quad \gamma x + y - \gamma z = 0 \end{aligned}$$

یک معادله و ۳ مجهول بی نهایت جواب دارد

(۲).۶۸

پس در ۲۰ دقیقه به طور متوسط ۲ نفر وارد بانک می‌شود (توزیع پواسون)

$$P(u = \gamma) = \frac{e^{-\gamma} (\gamma)^\gamma}{\gamma!} = \gamma e^{-\gamma}$$

۶۹. (۳)

$$A_n = \lim \frac{1}{n} \sqrt[n]{\frac{(n+1)!}{n!}} = \frac{1}{n} \sqrt[n]{\frac{n!(n+1)(n+2)\dots(n+n)}{n!}}$$

$$= \sqrt[n]{\frac{n!(n+1)(n+2)\dots(n+n)}{n^n}} = \sqrt[n]{\left(1+\frac{1}{n}\right)\left(1+\frac{2}{n}\right)\dots\left(1+\frac{n}{n}\right)}$$

$$\ln A_n = \frac{1}{n} \left[\ln \left(1+\frac{1}{n}\right) + \ln \left(1+\frac{2}{n}\right) + \dots + \ln \left(1+\frac{n}{n}\right) \right] = \int_0^1 \ln(1+x) dx = \ln 2 - 1$$

۷۰. (۳)

۷۱. (۳)

$$A = \{1, 2\} \quad (A) = 2^2 = 4$$

۷۲. (۴)

$$|2A| = 4(4-0) - 0 + 0 = 16$$

۷۳. (۳)

$$f''(x) = 2(x^3+1)(x^6+1)(x^9+1) + \dots \rightarrow x \quad \text{جملاتی به صورت حاصلضرب در}$$

$$f''(0) = 2$$

۷۴. (۳)

$$y = 1 + nx + Ax^2 + Bx^3 + \dots$$

$$y' = n + 2Ax + \dots$$

۷۵. (۱)

$$dz = (2x - y)dx + (2y - x)dy = (4 - 1)(0/1) + (2 - 2)(0/2) = 0/3$$

۷۶. (۱)

$$f(\lambda x, \lambda y) = \lambda^{-1} f(x, y)$$

۷۷. (۴)

$$\frac{1}{x} = u \Rightarrow -\frac{1}{x^2} dx = du$$

۷۸. (۴)

۷۹. (۱)

۸۰. (۲)

$$C(12, 10) + C(12, 11) + C(12, 12) = 79$$

۸۱. جواب صفر است که در گزینه‌ها نمی‌باشد.

$$P(A \cap \bar{B}) = \frac{P(B \cap A \cap \bar{B})}{P(A \cap \bar{B})} = \frac{P\emptyset}{\cdot/\cdot} = \frac{\cdot}{\cdot/\cdot} = \cdot$$

(۲). ۸۲

$$\frac{1}{2} \times \cdot/\cdot + \frac{1}{2} \times \cdot/\cdot = \cdot/\cdot$$

(۴). ۸۳

$$\cdot/2 \times ۱۵\ldots - \cdot/۷ \times ۴\ldots = ۱۷\ldots$$

(۲). ۸۴

$$\int^{\cdot} Kx^{-\cdot} dx = ۱ \Rightarrow k = 2$$

(۳). ۸۵

$$\bar{x}_G = \sqrt[n]{16 \times 9 \times \frac{1}{3} \times \frac{3}{4} \times ۵۴ \times ۲۴} = \sqrt[6]{46656} = 6$$

(۱). ۸۶

$$\bar{x} = 4 \quad \sigma^2 = \frac{\sum f_i (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{2(1-4)^2 + 6(3-4)^2 + 4(۵-4)^2 + 2(۷-4)^2 + 1(9-4)^2}{۱6} = ۵$$

$$\sigma = \sqrt{۵} \quad \frac{\sigma}{\bar{x}} \times ۱00 = \frac{\sqrt{۵}}{4} \times ۱۰۰ = \cdot/۵۵$$

(۱). ۸۷

(۳). ۸۸

$$\sum x_i = ۸۰۰ \quad \sum y_i = ۱۸۰۰ \quad \sum z_i = ۲۷۰۰ \quad \text{میانگین کل} = \frac{۸۰۰ + ۱۸۰۰ + ۲۷۰۰}{۱۰۰۰} = ۹/۶ = \bar{t}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2 \rightarrow \sigma^2 = \frac{\sum x_i^2}{۱۰۰} - ۶۴ \rightarrow \sum x_i^2 = ۸۰۰۰$$

$$\sum y_i^2 = ۲۱۲۰۰, \quad \sum z_i^2 = ۸۷۵۰۰$$

$$\text{واریانس کل} = \frac{\sum t_i^2}{n} - (\bar{t})^2 = \frac{۸۰۰۰ + ۲۱۲۰۰ + ۸۷۵۰۰}{۱۰۰۰} - (۹/۶)^2 = ۲۴/۵۴$$

(۴). ۸۹

x	y	xy	X ^۲	Y ^۲
۵	۹	۴۵	۲۵	۸۱
۷	۱۳	۹۱	۴۹	۱۶۹
۱۰	۱۹	۱۹۰	۱۰۰	۳۶۱
۱۴	۲۷	۳۷۸	۱۹۶	۷۲۹

۳۶	۶۸	۷۰۴	۳۷۰	۱۳۴۰
----	----	-----	-----	------

$$\sigma = \frac{N \sum x_i y_i - (\sum x_i)(\sum y_i)}{\sqrt{[N \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2]} \sqrt{[N \sum y_i^2 - (\sum y_i)^2]}} = \frac{4 \times 704 - (36)(68)}{\sqrt{4 \times 370 - 1296} \sqrt{4(1340) - 4624}} = \frac{368}{368} = 1$$

(۳).۹۰

$$P(28 < x < 46) = P\left(\frac{28 - 37}{4/\Delta} < Z < \frac{46 - 37}{4/\Delta}\right) = P(-2 < Z < 2) = 2P(0 < Z < 2) = 2 \times 0.4772 = 0.9544$$

(۲).۹۱

$$\binom{6}{4} \left(\frac{2}{3}\right)^4 \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{15}{243}$$

(۳).۹۲

$$\left[\left(1 + \frac{4}{2x-3}\right)^{2x-3}\right]^{\frac{1}{2}} \times \left(\frac{2x+1}{2x-3}\right)^{\frac{2}{2}} \left(\frac{2x+1}{2x-3}\right)^2 = (e^2)^{\frac{1}{2}} \times 1 \times 1 = e^2$$

(۱).۹۳

$$\frac{dz}{dy} = \frac{dz}{df} \times \frac{df}{dy} = \frac{dz}{df} \times x^2 \quad \frac{dz}{dx} = \frac{dz}{df} \times \frac{df}{dx} = 2xy$$

$$2y \frac{dz}{dy} - x \frac{dz}{dx} = 2x^2 y \frac{dz}{df} - 2x^2 y \frac{dz}{df} = 0$$

(۳).۹۴

$$f(x) = \begin{cases} x[x] & 1 < x < 2 \\ ax + b & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) &= a + b & \lim_{x \rightarrow 1} f(x) &= 1[1^-] = 0 \Rightarrow a + b = 0 \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) &= 1[-1^+] = -1 & \lim_{x \rightarrow 1} f(x) &= -a + b \Rightarrow -a + b = -1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

(۱).۹۵

$$y' = -2e^{-2x} \Rightarrow m = -2 \Rightarrow y = -2x + 1 \quad \text{خط مماس} \quad 2(-1) + 1 = -1$$

(۴).۹۶

$$\text{درآمد} = R = x \times y = x(8 - x) = 8x - x^2$$

$$P = \text{سود} = \text{درآمد} - \text{هزینه} = 8x - x^2 - x^2 - 8$$

$$P' = -2x^2 - 2x + 8 = 0 \quad \begin{cases} x = -2 \\ x = \frac{4}{3} \rightarrow \text{نقطه ماکزیمم} \end{cases}$$

(۳).۹۷

$$\int_1^3 (x^3 + 3x - 1) dx = \frac{x^4}{4} + \frac{3}{2}x^2 - x \Big|_1^3 = \frac{3^4}{4} + 9 - 3 - \frac{1}{4} - 1 + 1 = \frac{44}{4}$$

(۴). ۹۸

$$\begin{vmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 1 & k & -2 \\ 3 & 3 & -1 \end{vmatrix} = 3 \begin{vmatrix} k & -2 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} + 1 \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} + 1 \begin{vmatrix} 1 & k \\ 3 & 3 \end{vmatrix} = 3(-k + 6) - 1 + 6 + 3 - 3k = -5k + 15$$

$$= 0 \Rightarrow k = 3$$

(۱). ۹۹

$$X = A^{-1}A' = \begin{bmatrix} \frac{3}{5} & -\frac{2}{5} \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{5} & -\frac{9}{5} \\ \frac{3}{5} & \frac{2}{5} \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{مجموع درایه ها}} -1$$

$$A' = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 3 \end{bmatrix} \quad |A| = 5 \quad -1 \neq \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3}{5} & -\frac{2}{5} \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \end{bmatrix}$$